



Uma experiência de resolução de problemas com utilização do aplicativo *Photomath* em um viés colaborativo

José Mario dos Santos Trindade¹ 
Augusto Cesar de Castro Barbosa² 
Cláudia Ferreira Reis Concordido³ 
Marcus Vinicius Tovar Costa⁴ 

Resumo

Foi realizado um estudo sobre a inserção do aplicativo *Photomath*, em um esquema colaborativo entre os alunos, na resolução de problemas para a aprendizagem de funções polinomiais do 2º grau. Com esta proposta metodológica, procurou-se viabilizar uma aprendizagem mais efetiva, gerando uma melhor apropriação dos conteúdos por parte dos alunos. Os problemas são apresentados de forma contextualizada e interdisciplinar, de maneira a motivá-los. A abordagem adotada é empírico-analítica, seguindo uma modalidade de pesquisa com estudos teóricos sobre o referido tema. Foram utilizados instrumentos de mensuração sobre a presente proposta, apresentando dados qualitativos e quantitativos. Neste sentido, essa experiência envolveu duas turmas do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública, em uma das quais foi mantido o modo convencional de ensino e na outra optou-se por uma abordagem contemporânea com o uso de recurso tecnológico e com a divisão da turma em pequenos grupos.

Palavras-chave: Problemas. Aprendizagem Colaborativa. Tecnologias Digitais.

A problem-solving experience using the *Photomath* application in a collaborative way

Abstract

A study was carried out on the insertion of the *Photomath* application, in a collaborative scheme among students, in solving problems for the learning of polynomial functions of the 2nd degree. With this methodological proposal, it was sought to enable more effective learning, generating a better appropriation of the contents by the students. The problems addressed are presented in a contextualized and interdisciplinary way, to motivate students. The approach adopted is empirical-analytical, following a research modality with theoretical studies on the aforementioned topic. Measurement instruments were used in the present proposal, presenting qualitative and quantitative data. In this sense, this experience involved two classes in the third grade of high school in a public school, in one of which the conventional way of teaching was maintained and in the other, a

¹ Mestrado em Matemática, Instituto de Educação Sarah Kubitschek, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8104-5347>. E-mail: zemario7@hotmail.com

² Doutorado em Física (concluído), Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5094-1509>. E-mail: accb@ime.uerj.br

³ Doutorado em Matemática (concluído), Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0767-9170>. E-mail: concordido@ime.uerj.br

⁴ Doutorado em Física (concluído), Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9029-2507>. E-mail: marcus.tovar@ime.uerj.br

contemporary approach was chosen with the use of technological resources and with the division class in small groups.

Keywords: Problems. Collaborative Learning. Digital Technologies.

Una experiencia colaborativa de solución de problemas con la aplicación Photomath

Resumen

Se realizó un estudio sobre la implementación de la aplicación Photomath, en un esquema colaborativo entre estudiantes, en la resolución de problemas para el aprendizaje de funciones polinómicas de segundo grado. Con esta propuesta metodológica se buscó favorecer un aprendizaje más efectivo, generando una mejor apropiación de los contenidos por parte de los estudiantes. Los problemas abordados se presentan de manera contextualizada e interdisciplinaria, con el fin de motivar a los estudiantes. El enfoque adoptado es empírico-analítico, siguiendo una modalidad de investigación con estudios teóricos sobre el tema mencionado. En la presente propuesta se utilizaron instrumentos de medición, presentando datos cualitativos y cuantitativos. En ese sentido, esta experiencia involucró dos clases del tercer año de secundaria en una escuela pública, en una de las cuales se mantuvo la forma convencional de enseñar y en la otra se optó por un enfoque contemporáneo con el uso de recursos tecnológicos y con la división de la clase en pequeños grupos.

Palabras clave: Problemas. Aprendizaje colaborativo. Tecnologías Digitales.

Introdução

A matemática escolar é, em geral, abordada de maneira formal e abstrata e, no Brasil, assume a posição de a “pior disciplina”, quando analisada por indicadores educacionais nacionais e internacionais como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), respectivamente (MUSSATO *et al.*, 2022; BRASIL, 2020). Sendo assim, é de suma importância que o educador passe a refletir sobre quais metodologias podem ser mais adequadas a determinados conteúdos, levando-se em consideração que o ensino deve ser algo significativo para os alunos.

A metodologia de ensino tem sido repensada continuamente, principalmente, com o advento das novas tecnologias, o que tem levado professores de todos os níveis de escolarização a intensos debates, visando buscar o ensino mais eficiente possível. Isto se baseia no fato de que também é papel da educação propiciar que os alunos se tornem seres ativos e participativos nesta sociedade em constante evolução.

Dessa forma, visando oferecer uma opção viável ao ensino convencional, onde o professor é o único detentor de todo o conhecimento, foi elaborado este trabalho, buscando trazer a metodologia de resolução de problemas (RP) para a sala de aula, de forma a abordar contextos do cotidiano em um esquema colaborativo, de tal modo

que o aluno não seja apenas um ouvinte, mas sim um participante ativo em todo o processo de ensino-aprendizagem. Além disso, com o desenvolvimento de novas tecnologias nos ambientes educativos é possível, por exemplo, tornar a RP mais dinamizada e interessante para que os alunos possam trabalhar colaborativamente. Nesse sentido, um outro objetivo foi explorar as potencialidades do aplicativo para *smartphone* conhecido como *Photomath*.

Foi realizada uma experiência em duas turmas de 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública do Rio de Janeiro – RJ com a RP envolvendo funções e equações do 2º grau. Numa delas foi mantido o modo convencional de ensino por meio de aula puramente expositiva e sem uso de recursos digitais. Na outra fez-se uso do aplicativo com os alunos trabalhando de forma colaborativa em pequenos grupos. Este trabalho traz o desenrolar das atividades e a comparação dos resultados obtidos.

Ensino Colaborativo

O Ensino Colaborativo (EC) pode ser entendido como o uso instrucional de pequenos grupos, de forma que estudantes trabalham juntos para maximizar o próprio aprendizado e o aprendizado de todos. Usaremos aqui EC para designar diversas abordagens educacionais que envolvem esforço intelectual conjunto por parte dos estudantes, ou de estudantes e professores (BARBOSA; CONCORDIDO, 2009). Neste tipo de abordagem são formados grupos de trabalho, normalmente, de três a cinco estudantes, procurando entendimento sobre um determinado assunto, buscando soluções de problemas ou criando produtos.

No EC, o docente assume um papel diferente do que assumiria em uma aula convencional, pois ele se afasta da característica principal do ensino convencional, de ser o único detentor do conhecimento, e passa a ser o condutor de todo o processo de construção do conhecimento.

Os grupos devem ser organizados buscando o máximo possível de heterogeneidade entre seus membros. Isso passa por mesclar alunos com características distintas quanto ao desempenho escolar e às suas vivências, possibilitando a construção de um ambiente mais rico quanto às trocas de experiências e de aprimoramento de seus conhecimentos (Del RIO; BARBOSA; COSTA, 2018). As atividades devem ser realizadas de forma interativa, em que as



dúvidas são sanadas pelos próprios colegas no grupo e, em caso de necessidade, pelo professor.

Resolução de Problemas

A RP tem como objetivo instigar os alunos de modo que possam desenvolver o gosto pela Matemática. Por isto, é necessário que os problemas desafiem a curiosidade, estimulem a pesquisa e motivem a busca por novas estratégias que serão utilizadas durante a resolução. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta as competências a serem atingidas no processo de aprendizagem. Uma das competências gerais presentes no documento é “investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas” (BRASIL, 2017, p. 9). Ainda segundo a BNCC, “os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática” (Ibid., p.264).

Resolver problemas como forma de fixar o conteúdo estudado, embora válido, visa a um aprendizado por imitação e representa apenas um aspecto do uso dessa ferramenta. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o que se busca com a RP é “uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos” (BRASIL, 1998, p. 33). É uma importante função da RP propiciar ao estudante a transposição dos conhecimentos e a articulação entre vários conceitos, permitindo assim que “reafirme confiança em si próprio diante da resolução de problemas, valorize suas estratégias pessoais e aquelas que são frutos da evolução histórica do conhecimento matemático” (Ibid., p. 58).

O problema matemático deve ser entendido como uma situação que demande a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado (DANTE, 1991). Ou seja, a solução não pode estar disponível de início. O ideal é que o aluno tenha a possibilidade de construí-la. Para Romanatto (2012, p. 302-3), é possível concluir que “solucionar problemas não significa apenas resolvê-los, mas aplicar sobre eles uma reflexão que estimule seu modo de pensar, sua curiosidade e seus conhecimentos”.



Ao longo dos anos alguns educadores e pensadores criaram ideias ou métodos de ensino envolvendo a RP, a fim de tornar mais dinâmico o processo de resolução em si e a aula que fizesse uso de RP. Dentre eles, destacamos os seguintes:

1. Polya (2006) elaborou um roteiro com os seguintes passos: compreensão do problema; construção de uma estratégia de resolução; execução de uma estratégia escolhida; revisão da solução.
2. Schoenfeld (1985) pressupõe que uma aula pautada em RP exige dos alunos: recursos intelectuais e convicções na matemática e sua ligação com o mundo; heurísticas (estratégias e técnicas de RP); controle sobre os conteúdos.
3. Dante (1991) instrui que a dinâmica de aula elaborada pelo professor deve: facilitar a discussão; procurar certificar-se de que o problema esteja totalmente entendido por todos; conceder um bom tempo para os alunos trabalharem no problema; procurar criar entre os alunos um clima de busca, exploração e descobertas.
4. Musser e Shaughnessy (1997 apud FURLANETTO; DULLIUS; ALTHAUS, 2012) descrevem alguns procedimentos que os alunos podem adotar ao solucionar os problemas: tentativa e erro; usar padrões; resolver um problema mais simples; trabalhar em sentido inverso; por simulação.
5. Echeverría e Pozo (1998) orientam, dentre outras coisas, a utilizar um problema semelhante para encontrar a solução de um dado problema.
6. Allevato e Onuchic (2014) desenvolveram um roteiro composto por uma sequência de atividades, a saber: proposição do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observação e incentivo do professor ao trabalho em grupo; registro na lousa; plenária; busca do consenso; formalização do conteúdo.

Em geral, o mais indicado é desenvolver o ensino da matemática com a presença de problemas matemáticos contextualizados (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011). Por este motivo, esse trabalho apresenta algumas ideias que podem ser aplicadas em sala de aula de forma moderna e acessível com o tema função polinomial do 2º grau. Levamos em conta que uma das competências definidas para a área de Matemática no Ensino Médio sobre o referido tema é “investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos da matemática Financeira ou da Cinemática, entre outros” (BRASIL, 2017, p.533).

Não é uma tarefa fácil, mas sendo o professor um agente de forte impacto na escolha da metodologia que será implementada em sua aula, é importante que ele

faça uso das mais diversas tecnologias educacionais disponíveis como facilitadores da aprendizagem. Alguns recursos disponíveis são livros didáticos (ou paradidáticos), calculadoras, jogos, computadores, programas, vídeos e aplicativos de *smartphones*, como o que será apresentado neste trabalho.

Tecnologias da Informação e da Comunicação

As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) são entendidas como recursos tecnológicos facilitadores à transmissão de informação e comunicação entre os seres humanos. As TIC permitem “desenvolver a inovação e a criatividade, proporcionando espaços de reflexão e construção do conhecimento para além dos métodos tradicionais” (SOBRINHO; RIVERA, 2021). No ensino da Matemática, destacam-se computadores, calculadoras, *softwares* e *smartphones*.

O uso de meios tecnológicos, como *smartphones*, precisa estar presente no plano de aula como uma ferramenta de ensino. A BNCC aponta que os “jovens têm se engajado cada vez mais como protagonistas da cultura digital, envolvendo-se diretamente em novas formas de interação multimidiática e multimodal e de atuação social em rede” (BRASIL, 2017, p. 61).

O papel da escola também é educar os alunos para um uso mais democrático das tecnologias e para uma participação mais consciente na cultura digital (BRASIL, 2017). É preciso ressaltar que a tecnologia computacional aplicada no estudo de Matemática não visa substituir o pensamento lógico e crítico do aluno, mas sim ser usada como uma ferramenta, que amplia as possibilidades de observação dos estudantes, contribuindo, para uma superação dos parâmetros impostos pela abordagem de ensino convencional. Como resultado, ela ajuda a mudar o foco da matemática analítica, que pode ser fria, calculista e conteudista, para a matemática experimental, que tem como ênfase a compreensão dos conceitos e suas aplicabilidades no dia a dia (PEREIRA, FERNANDES, 2015).

Hoje em dia alguns afazeres podem ser realizados através de um *smartphone* (como pagar boletos, fazer videoconferência e outros), conseqüentemente fica difícil tentar convencer o aluno, “nativo digital”, que o uso do celular faz “mal ao ensino”. Por isso, é importante que os alunos de hoje tenham aulas que envolvam uma aprendizagem móvel. Tal aprendizagem faz uso de tecnologias móveis (como *tablets*,



telefones celulares ou até *smartwatches*), que auxiliam a aprendizagem em qualquer hora e lugar.

Reconhecendo os benefícios que a cultura digital tem promovido nas esferas sociais, a BNCC traz a utilização e compreensão de tecnologias digitais como uma das dez competências gerais da Educação Básica, que devem se articular “na construção de conhecimentos, no desenvolvimento de habilidades e na formação de atitudes e valores, nos termos da LDB” (BRASIL, 2017, p.9). Assim, as estratégias de ensino devem fazer uso de tecnologias de forma contextualizada e adaptada ao currículo.

Muitos pesquisadores corroboram essa ideia. Para Gouvêa e Pereira (2015), o celular pode ser um grande aliado para desenvolver práticas educativas mais atualizadas. Os autores defendem que existem muitas possibilidades do uso educativo de celulares em sala de aula e, uma vez que o celular se tornou uma central multimídia, seus recursos devem ser explorados e potencializados. Cabe ao professor definir as regras de uso dessas ferramentas, que fazem parte cada vez mais de nosso cotidiano, assim como reafirmar as questões éticas de uso do *smartphone* (BENTO; CAVALCANTE, 2013).

Neste sentido, podemos dar ao celular uma melhor utilização em sala de aula, tornando-o uma ferramenta auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, tornando a sala de aula um lugar de ensino transformador, já que a realidade atual mostra que não é possível vivermos sem a incorporação de novas tecnologias. Nos parece sem sentido privar os alunos do acesso ao meio tecnológico em sala de aula e vai contra uma proposta educacional libertadora e contextual. Assim, conforme complementam os autores Saccol, Schlemmer e Barbosa (2011), cabe ao professor selecionar atividades que, através da utilização do celular e outros meios móveis em sala de aula, permitam uma interação intensiva entre os alunos, criando um ambiente virtual, onde possam compartilhar informações e trocar experiências.

Por este fato o presente trabalho busca também apresentar mais uma dessas ferramentas que estão no mercado, de forma gratuita, ao alcance de alunos e mestres, que é o aplicativo para celulares *Photomath*. Mas, como toda ferramenta, é preciso saber manuseá-la para uma melhor apropriação do saber matemático.



Photomath

O aplicativo *Photomath*, lançado em 2014, foi desenvolvido pela Microblink, empresa sediada em Zagreb, Croácia, e especializada em *softwares* de reconhecimento de texto. Atualmente, está entre os aplicativos de ensino e aprendizagem da *App Store* e da *Google Play Store* mais baixados nos *smartphones*, segundo aponta a empresa⁵. Trata-se de um aplicativo de câmera que resolve instantaneamente equações matemáticas, bastando apontar a câmera e esperar o aplicativo resolver a expressão matemática. Além disso, esta ferramenta é capaz de representar gráficos de funções. Pelo volume de *downloads*, é natural que os alunos de hoje já tenham conhecimentos desta ferramenta e, por isto, cabe ao professor se aperfeiçoar e procurar meios de utilizar este aplicativo de forma positiva no processo de ensino e aprendizagem.

Um ponto positivo do *Photomath* é o fato de ele guardar as equações mais recentes que foram escaneadas pelo usuário, para uma possível consulta posterior. Além disso, apresenta uma usabilidade intuitiva. Alguns de seus pontos negativos estão ligados ao fato de nem sempre identificar, com clareza, operações escritas de forma manuscrita e, também, o tempo que leva para dar a resposta após digitalizar a imagem da operação, que não é instantâneo. No entanto, a principal controvérsia reside na possibilidade de ser encarado como “cola”. Alguns autores argumentam que dispositivos como o *Photomath* funcionam como instrumentos de trapaça, se a intenção do aluno é não informar ao professor o seu uso na realização de uma tarefa (DIAS; COELHO; MYNATT, 2020). De fato, esse tipo de questão sempre estará presente, mas esta dificuldade pode ser ultrapassada se o uso de dispositivos como esse está articulado às finalidades pedagógicas em que as atividades não se resumam meramente à execução de algoritmos (AVIZ; VASCONCELOS; LOZADA, 2021).

O aplicativo é de fácil instalação e utilização, sendo possível digitar as expressões matemáticas ou simplesmente digitalizá-las, posicionando a câmera sobre a operação escrita manualmente ou sobre a operação impressa no papel. Ao finalizar a resolução, será dada uma explicação passo a passo e, também, será feita uma representação gráfica, caso se trate de uma operação algébrica. Além disso,

⁵ <https://photomath.net/pt/>

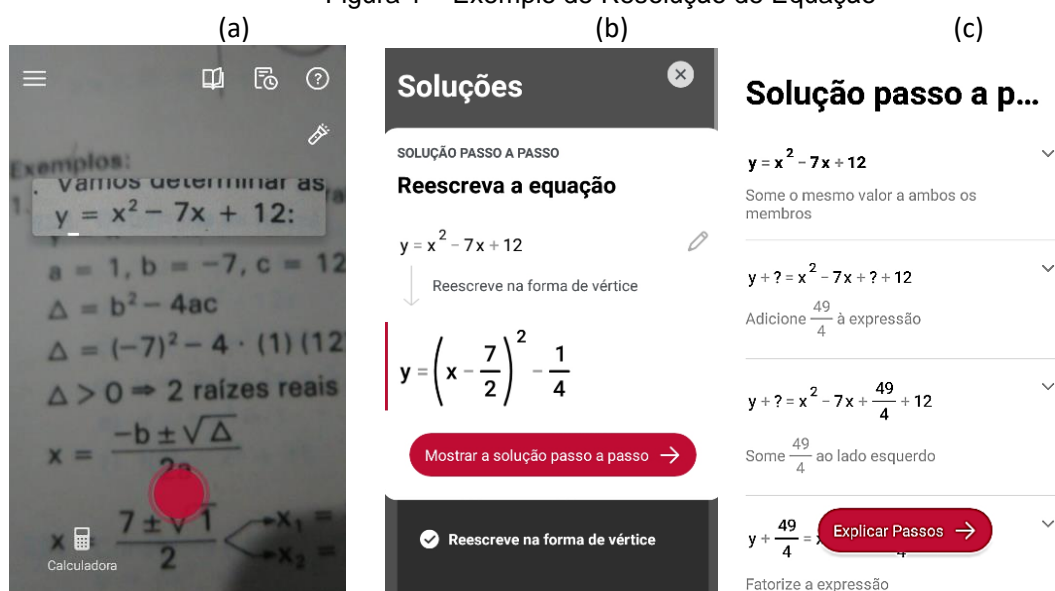


pode-se explorar detalhes da função no gráfico, como a raiz, o domínio, imagem, máximo e mínimo. E os gráficos podem ser utilizados também para interpretar as soluções de equações e sistemas de equações.

O uso do *Photomath* na resolução de uma equação polinomial do segundo grau é bastante simples. Após tirar a foto, a imagem selecionada fica em destaque e as demais informações presentes na imagem ficam com uma aparência embaçada (Figura 1a). Na sequência, o aplicativo apresentará uma das soluções disponíveis para o problema.

Em particular, pode-se notar que no exemplo ilustrado o aplicativo apresentou uma possibilidade de reescrever a função. Observa-se também um ícone de “lápiz” ao lado da função (Figura 1b). Tal objeto, quando acionado, serve para o usuário alterar, manualmente com o uso da calculadora, a expressão apresentada. Isto é útil, para momentos em que a foto não conseguiu captar, com exatidão, todos os símbolos presentes na imagem ou quando ocorre uma troca destes. Por exemplo, ao trocar o número 2 pela letra Z ou o número 1 pela letra L, o que pode ocorrer, principalmente, quando a foto é tirada de expressões manuscritas e o aplicativo não compreende os símbolos descritos.

Figura 1 – Exemplo de Resolução de Equação



Fonte: Os autores, 2020.

Além disso, o usuário pode acionar a opção “mostrar a solução passo a passo”, que apresentará como o aplicativo desenvolveu o problema até encontrar a solução final (Figura 1c). Em cada etapa da solução, é possível desmembrar mais e mais a

operação, acionando a seta (voltada para baixo), que fica ao lado de cada expressão. Isto garantirá uma melhor compreensão das etapas da resolução. Ou então é possível descer a barra de rolagem e acionar o leque de opções de soluções para o problema.

Todas as soluções podem ainda ser compartilhadas de um usuário para o outro, bastando que o receptor também tenha o *Photomath* instalado em seu aparelho.

Com uma única expressão algébrica como, por exemplo,

$$y = x^2 - 7x + 12, \tag{1}$$

surgem muitas possibilidades de se trabalhar. O professor tem a oportunidade de explicar e analisar um bom número de informações junto com os alunos com uma única foto. No entanto, é de suma importância perceber que as dinâmicas de resolução de tal aplicação são computadorizadas e nem sempre condizem com a maneira com que, normalmente, os alunos e professores desenvolvem as operações. Um exemplo é o método usado para encontrar os zeros de função, em que geralmente usa-se o cálculo do discriminante seguido pelo uso da fórmula de Bhaskara. Com o *Photomath* entendemos como visualizar e aprimorar o conhecimento acerca de função polinomial do segundo grau, que é um conteúdo de comum aplicação em problemas práticos do cotidiano e que é bastante usado, por exemplo, em questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

A tecnologia, além de auxiliar na construção de conhecimentos no processo de evolução social, está presente em todos os lugares e contextos sociais, tornando difícil justificar sua ausência no âmbito escolar, onde algumas interações, dentro e fora de sala, são facilitadas pelo contato por meio virtual. E nesta perspectiva, o EC precisa estar alinhado com as tecnologias disponíveis no universo escolar. No momento em que um grupo é convidado a trabalhar como equipe, não podemos resumir-los a um único momento de dois tempos de aula. Esse tempo precisa ser estendido através da rede. Isto porque, de forma instantânea, turmas ou grupos de alunos já formam uma teia de redes sociais com as mais variadas interações.

Aplicação de um Esquema Colaborativo em Problemas de Funções Quadráticas, com o uso do *Photomath*

Se fosse realizada uma pesquisa de opinião pública, com adultos acima de 25 anos, sobre qual conteúdo matemático ainda se lembram, acreditamos que uma parcela significativa diria “Fórmula de Bhaskara”. A resolução de equações do 2º grau,

seja pela fórmula, seja por outras técnicas, é uma das prioridades na elaboração do plano anual de estudos. Tal situação pode ser confirmada com o fato de que esse conteúdo é visto no 9º ano do Ensino Fundamental e, logo em seguida, é revisto no 1º ano do Ensino Médio.

Segundo a BNCC (BRASIL, 2017, p. 314), um dos objetos de conhecimento da álgebra é a resolução de equações polinomiais do segundo grau por meio de fatorações e uma habilidade necessária é “Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau” (Ibid., p. 315). No que tange a esse conteúdo para o Ensino Médio, o documento traz a seguinte habilidade: “Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais” (Ibid., p. 528).

Sendo assim, na próxima seção abordaremos o percurso metodológico realizado nesta experiência. Será mostrado o uso do aplicativo para o estudo da função quadrática, acompanhado de uma análise pormenorizada. Trataremos ainda da dinâmica das aulas: em uma turma os alunos foram separados em grupos heterogêneos para fazer as atividades, com o uso do *Photomath*; na outra, o mesmo conteúdo foi desenvolvido sem o trabalho colaborativo e sem o uso do aplicativo no celular. Visamos com isso comparar o método convencional de estudo e o método alternativo implementado.

Metodologia implementada

A metodologia utilizada neste estudo foi a empírico-analítica e este passou por algumas fases. Na primeira foi realizado um estudo do aplicativo *Photomath* e suas potencialidades, em particular, envolvendo o conteúdo de função quadrática. Em seguida, foi feito um levantamento de questões candidatas para a abordagem do presente estudo. Como as turmas eram de 3º ano, foi feita uma busca dentre questões de provas de concursos como ENEM, Pontifícia Universidade Católica (PUC), Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), bancas examinadoras e através de materiais didáticos como apostilas e livros.

Após encontrar as questões, na terceira fase foi realizado um tratamento didático das resoluções, divididas em resolução algébrica e tratamento gráfico,

através do uso do aplicativo. Além disso, foi elaborada uma discussão com os alunos, do percurso algébrico utilizado pelo aplicativo em comparação com as formas tradicionais feitas no caderno. Foram escolhidas questões com contextos do dia a dia que envolvessem otimização.

Na quarta e última fase, foram debatidos os pontos positivos do uso do aplicativo dentro dos grupos. O processo de resolução algébrica e gráfica, através do dispositivo móvel, se deu de forma colaborativa entre os alunos de uma turma, que foi denominada Turma 2. Os 38 alunos desta turma não trabalharam sozinhos, mas sim em grupos heterogêneos de cinco ou seis alunos. Porém, na mesma série e com o mesmo nível educacional, os alunos de uma outra turma fizeram as mesmas atividades, mas sem o trabalho colaborativo e sem o uso do recurso tecnológico. Essa outra turma, com 41 alunos, foi batizada de Turma 1 e seguiu o modelo convencional de ensino.

Na Turma 2, cada grupo tinha pelo menos um aluno com histórico de bom desempenho em avaliações anteriores. Nessa perspectiva, para garantir a heterogeneidade dos grupos, os demais componentes de cada grupo foram selecionados pelo professor, para garantir a maior diversificação possível, procurando também misturar alunos introspectivos com alunos bem comunicativos. Além disso, tendo em vista que cada grupo podia usar o *smartphone* com o *Photomath*, o critério de separação dos grupos levou em conta também que pelo menos um aluno de cada grupo tivesse um celular com a ferramenta instalada.

A escolha do estabelecimento em que ocorreram as atividades se deu por proximidade geográfica e afinidade de um dos autores, visto que já era professor da unidade. O instrumento foi aplicado no horário de aula dos alunos em dois tempos de 50 minutos cada.

Ética na Pesquisa

Quanto à coleta de dados, o único elemento relevante foi o desempenho das turmas envolvidas na pesquisa, aferido por meio de uma atividade desenvolvida e discutida em sala de aula. Toda pesquisa apresenta, em alguma medida, algum risco (MAINARDES; CARVALHO, 2019). No caso dessa pesquisa, o risco foi mínimo, pois os alunos poderiam, em princípio, ficar constrangidos por não saberem fazer alguma tarefa proposta. No entanto, não houve nenhuma manifestação nesse sentido, o que



era esperado, uma vez que na atividade realizada não houve qualquer tipo de identificação; todo o experimento ocorreu em um ambiente de uma aula “comum”, no sentido de tarefas que não eram estranhas à sala de aula. Vale ressaltar o benefício proporcionado aos estudantes pertencentes à turma em que foi realizada a pesquisa, isto é, uma melhor compreensão do conteúdo estudado, em vista do resultado comparativo entre as duas turmas ao final da atividade.

Problemas trabalhados na atividade

Apresentamos algumas questões sobre função quadrática encontradas em provas de vestibulares ou em materiais didáticos, as quais foram resolvidas de duas formas distintas. Na Turma 1 os alunos foram orientados a realizar a atividade individualmente e na Turma 2, como já mencionamos, foram separados em grupos. A primeira forma de resolução foi por meio algébrico, que é a tradicionalmente encontrada; e a segunda forma teve o auxílio da interpretação gráfica, com o uso do *Photomath*, onde são visualizadas e debatidas as soluções das questões. Nessa etapa, ambas as turmas aplicaram a primeira forma de resolução e alguns questionamentos foram levantados. A expectativa no início da atividade era que os alunos que utilizariam a segunda forma de resolução, via *smartphone*, teriam mais condições de fornecer respostas com maior riqueza de detalhes.

Problema 1: Processo seletivo para professor de matemática da prefeitura de Morro de Chapéu – BA – 2018 (Questão 17)⁶.

Os alunos de uma sala de aula alugaram um ônibus com 50 lugares. Ficou estabelecido com o dono do ônibus que cada aluno pagaria R\$ 100,00 pelo seu lugar e mais uma taxa de R\$ 5,00 para cada lugar não ocupado. O dono do ônibus poderá receber no máximo quanto?

Problema 2: Vestibular da PUC de São Paulo – 2003 (Questão 25)⁷.

Ao levantar dados para a realização de um evento, a comissão organizadora observou que, se cada pessoa pagasse R\$ 6,00 por sua inscrição, poderia contar com 460 participantes, arrecadando um total de R\$ 2760,00. Entretanto, também estimou que, a cada aumento de R\$ 1,50 no preço de inscrição, receberia 10 participantes a menos. Considerando tais estimativas, para que a arrecadação seja a maior possível, o preço unitário, em reais, da inscrição em tal evento deve ser: ...

⁶<https://s3.amazonaws.com/files-s3.iesde.com.br/resolucaoq/prova/prova/43732.pdf>

⁷<https://docplayer.com.br/7923604-O-anglo-resolve-a-prova-da-puc-sp.html>

Problema 3: ENEM, caderno verde para candidatos com deficiência auditiva – 2017 (Questão 146)⁸.

A única fonte de renda de um cabeleireiro é proveniente de seu salão. Ele cobra R\$ 10,00 por cada serviço realizado e atende 200 clientes por mês, mas está pensando em aumentar o valor cobrado pelo serviço. Ele sabe que cada real cobrado a mais acarreta uma diminuição de 10 clientes por mês. Para que a renda do cabeleireiro seja máxima, ele deve cobrar por serviço o valor de ...

Problema 4: 2º exame de qualificação do vestibular UERJ – 2015 (Questão 25)⁹.

Um triângulo equilátero possui perímetro P , em metros, e área A , em metros quadrados. Os valores de P e A variam de acordo com a medida do lado do triângulo. Desconsiderando as unidades de medida, a expressão $Y = P - A$ indica o valor da diferença entre os números P e A . O maior valor de Y é igual a:

Apresentaremos comentários sobre o problema 3. Os problemas 2 e 3 são semelhantes e, com isso, já se esperava que houvesse um aumento considerável de resoluções corretas, principalmente na Turma 1, que até então não apresentava um bom desempenho. Na Turma 1 cerca de 76% dos alunos chegaram à resposta correta, enquanto, na Turma 2, todos acertaram.

O bom desempenho das turmas se deu, principalmente, pelo fato de a questão ter uma dinâmica de resolução similar a outras já trabalhadas em sala. Ou seja, criou-se mais uma ferramenta de consulta para que os alunos pudessem resolver os próximos problemas. Além disso, uma das técnicas de RP, citada em Furlanetto, Dullius e Althaus (2012), é que os alunos devem buscar padrões de resolução de um problema já resolvido anteriormente.

Após a resolução do problema 3, foi colocada a seguinte questão aos alunos: Qual é o mínimo de clientes para que o cabeleireiro não tenha o valor arrecadado inferior a 2000 reais?

A Turma 1 mais uma vez teve pior desempenho – apenas 24% dos alunos encontraram a resposta correta. Já na Turma 2, somente um grupo, dentre os sete, teve dificuldades de solucionar esta questão. Com isso, o índice de acerto nesta turma foi de 87%.

As descobertas dos alunos sobre o referido problema geraram as seguintes observações gerais:

⁸http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2017/cad_12_prova_verde_12112017.pdf

⁹https://www.vestibular.uerj.br/wp-content/uploads/2019/04/2015_2eq_prova.pdf



a) O valor máximo ocorre quando $x = 5$ reais a mais no preço e $y = 2250$ reais de valor máximo que pode ser arrecadado.

b) O preço máximo é de R\$ 15,00 gerando um total de 150 clientes mensais.

E após o acréscimo da pergunta sobre o mínimo de clientes, somado ao trabalho colaborativo e ao uso do recurso tecnológico (Figura 2) usado pela Turma 2, foi possível adicionar as seguintes conclusões:

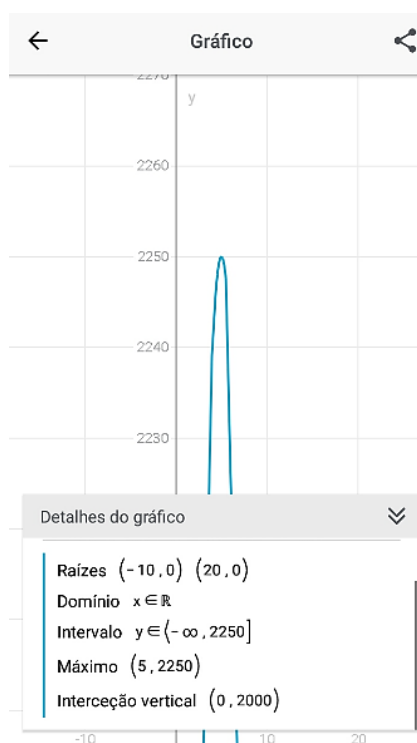
a) Após $x = 10$, que equivale a 100 clientes, o dono do salão começa a ter prejuízo. Ou seja, com 99 clientes ou menos, este aumento não compensa.

b) Com $x = 10$ o valor cobrado passaria a ser de 20 reais e não afetaria, nem para mais e nem para menos, a arrecadação do cabeleireiro.

c) O valor que o cabeleireiro pode arrecadar varia entre 0 a 2250 reais.

d) O valor que pode ser arrecado pelo cabeleireiro é o mesmo para $x = 4$ (160 clientes) ou $x = 6$ (140 clientes); para $x = 3$ (170 clientes) ou $x = 7$ (130 clientes); para $x = 2$ (180 clientes) ou $x = 8$ (120 participantes); para $x = 1$ (190 clientes) ou $x = 9$ (110 clientes); para $x = 0$ (200 clientes) ou $x = 10$ (100 clientes).

Figura 2 – Resolução Gráfica do Problema



Fonte: Os autores, 2020.

Cabe destacar que este problema trouxe mais entusiasmo aos alunos, visto que a situação ali representada se aproxima das suas experiências diárias. Com esse problema perceberam a aplicabilidade da função polinomial do segundo grau, bem como sua interpretação gráfica na busca por valores máximo e mínimo. Isso vai ao encontro do que Schoenfeld (1985) entende sobre RP, ao dizer que tais situações devem gerar convicções sobre a Matemática e sua ligação com o mundo. Em particular com a Turma 2, constatamos que a prática de um esquema colaborativo é um diferencial devido à sua capacidade de gerar estímulos aos alunos em querer aprender, fato que foi verificado pelo professor dado o aumento da participação dos alunos no desenvolvimento das atividades. Ou seja, toda esta atmosfera envolvendo um ambiente colaborativo em sala de aula, com problemas contextualizados e uso de recursos tecnológicos ao alcance dos alunos, muda o astral da aula de forma bem positiva.

Resultados e Discussão

Após a aplicação dos quatro problemas nas Turmas 1 e 2, verificou-se que o melhor desempenho foi o da Turma 2. Os três problemas iniciais tiveram um viés totalmente contextualizado; enquanto o quarto, e último problema, tinha uma ideia mais geométrica.

Quando os três primeiros problemas foram propostos, o aproveitamento da Turma 2 foi de 100%. No entanto, caiu para 89%, após a realização do problema 4. Tal situação provavelmente ocorreu devido ao fato de este último problema exigir um pouco mais de recursos algébricos, bem como a presença de números irracionais. Essa situação causou desconforto em alguns grupos que não conseguiram resolver a questão em tempo hábil.

Na Turma 1, o desempenho médio nas três primeiras atividades, foi de 56%, aproximadamente; sendo a primeira atividade a pior de todas. Nessa turma, foi preciso que o professor os estimulasse, apresentando a resolução passo a passo do primeiro problema, para que o desempenho inicial, de apenas 32%, pudesse evoluir. Conforme Echeverría e Pozo (1998) indicam, alguns alunos tiveram a capacidade de utilizar a estrutura da resolução do problema já estudado anteriormente. Com isso, o desempenho no problema 2 foi de 61% e no problema 3 foi de 76%, significando que houve um aumento gradual de desempenho, problema a problema, que só ocorreu

devido à resolução detalhada do problema primário, onde foram apresentados fórmulas e conceitos acerca do valor máximo e mínimo de uma função polinomial do segundo grau. No entanto, a complexidade do problema 4, cuja solução se diferenciava, em parte, dos demais problemas, o desempenho caiu para 50%.

Segundo Del Rio, Barbosa e Costa (2018), que destacam a importância de uma atividade colaborativa gerar discussões, todos os quatro problemas tiveram o acréscimo de uma pergunta suplementar, as quais levaram os alunos a refletirem sobre caminhos, gráficos ou tentativas de encontrarem essa segunda solução. Os desempenhos de ambas as turmas foram bem diferentes, tendo, mais uma vez, a Turma 2 se saído melhor.

A média de aproveitamento na resolução dos quatro problemas foi de 83% para a Turma 2 e a Turma 1 teve um desempenho de apenas 22%, aproximadamente. Ou seja, uma diferença acentuada nos resultados. As perguntas adicionais exigiam uma interpretação mais detalhada dos problemas. Não bastavam fórmulas prontas, mas sim era necessário a capacidade de olhar a função polinomial com um todo, inclusive a construção gráfica. Daí, surgiu a dificuldade da Turma 1, cuja atividade foi feita de forma individual e sem a consulta de uma ferramenta virtual. Já na Turma 2, a constante interação entre os membros dos grupos trocando ideias, somada à visualização de gráficos e informações adicionais que o *Photomath* oferece, fizeram com que alcançassem maior êxito na formulação de hipóteses, em discussões e no entendimento de conceitos.

No final o desempenho da Turma 1 foi de 36% e o da Turma 2 foi de 86%, analisando tanto as perguntas iniciais, como as perguntas adicionais em cada problema. Este resultado pode ser visto no Quadro 1.

Quadro 1 - Desempenho das Turmas 1 e 2.

Atividades	Turma 1	Turma 2
Problema 1	32%	100%
Pergunta Adicional 1	32%	87%
Problema 2	61%	100%
Pergunta Adicional 2	15%	74%
Problema 3	76%	100%
Pergunta Adicional 3	24%	87%
Problema 4	31%	57%
Pergunta Adicional 4	15%	84%
Média dos Quatro Problemas	50%	89%

Média das Perguntas Adicionais	22%	83%
Média Total	36%	86%

Fonte: Os autores, 2020.

Cabe ponderar aqui que o resultado diferenciando entre as duas turmas não foi o ganho mais significativo, mas sim perceber que houve interação entre os estudantes, com constantes diálogos, e o *smartphone* como uma boa ferramenta de apoio educacional.

Considerações Finais

Tomamos como ponto de partida para a elaboração deste trabalho o fato de que o uso de problemas contextualizados e o de tecnologia são importantes ferramentas de estímulo, para que os alunos se sintam interessados em estudar Matemática. Levamos em conta ainda que uma grande parcela dos alunos de áreas urbanas é constituída por nativos digitais, ou seja, nasceram e convivem com toda a sorte de tecnologias, começando pela posse de um *smartphone* com acesso à internet.

O *smartphone* com acesso à internet abre uma janela de possibilidades para o aprendizado. Com ele é possível instalar aplicativos matemáticos como o Geogebra, importante instrumento para a construção geométrica de forma dinâmica. O recurso *Photomath* surgiu como uma nova ferramenta capaz de auxiliar os alunos tanto quanto o Geogebra, devido à sua praticidade de uso, bastando apontar a câmera do celular para a equação que se deseja resolver ou função cujo gráfico se queira construir.

Com a aplicação de quatro problemas a alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública do Rio de Janeiro, foi possível constatar que atividades realizadas por grupos de alunos com formação heterogênea, somadas ao uso de um recurso tecnológico, como o *Photomath*, potencializam o desempenho de uma turma. Os dados quantitativos mostraram como a Turma 2 foi muito superior à Turma 1.

Notamos nessa experiência que, quando uma turma é separada em grupos orientados pelo professor, cria-se a possibilidade de melhorar a qualidade do ensino. No entanto, a formação dos grupos deve ser feita de modo que preze a mistura de saberes dentro de cada grupo. Deve-se procurar montar grupos de alunos com diferentes características que, quando unidos, formam uma equipe completa. Nesse

sentido, é importante colocar alunos com um bom desempenho matemático em grupos separados, assim como os alunos introvertidos ou extrovertidos.

Os indicadores de desempenho nacionais e internacionais vêm mostrando ao longo dos últimos anos que a performance em Matemática está estagnada. Frente a esse fato, o presente trabalho visou mostrar uma experiência exitosa de RP, com a utilização de *Photomath* em viés colaborativo. A educação deve desempenhar um papel transformador na vida dos alunos, sendo capaz de criar cidadãos ativos e participativos na sociedade. Nesta perspectiva, uma dinâmica de ensino em um viés colaborativo, utilizando ferramentas digitais, surge como uma boa prática para que tais objetivos sejam alcançados.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que Através da Resolução de Problemas? *In: ONUCHIC, L. R. et al. (org.). Resolução de Problemas: teoria e prática.* Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

ARAUJO SOBRINHO, E. M.; RIVERA, J. A. A utilização das TICs de forma criativa e inovadora no contexto da Educação Profissional e Tecnológica. **EDUCITEC**, Manaus, IFAM, v. 7, e110321, 2021. Disponível em: <https://sistemascmc.ifam.edu.br/educitec/index.php/educitec/article/view/1103>. Acesso em: 22 dez. 2022.

AVIZ, W. M. de A.; VASCONCELOS, A. E. R.; LOZADA, C. de O. O uso dos aplicativos Photomath e Toon Math no Ensino de Matemática. **BOCEHM**, Fortaleza, v. 8, n. 23, p. 721-737, 2021. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/5142>. Acesso em: 21 dez. 2022.

BARBOSA, A. C. C.; CONCORDIDO, C. F. R. Ensino Colaborativo em Ciências Exatas. **Ensino, Saúde e Ambiente**, Niterói, v. 2, n. 3, p. 60-86, dez. 2009. Disponível em: <https://periodicos.uff.br/ensinosaudeambiente/article/view/21052>. Acesso em: 21 dez. 2022.

BENTO, M. C. M., CAVALCANTE, R. S. Tecnologias Móveis em Educação: o uso do celular na sala de aula. **ECCOM**, Lorena, v.4, n.7, p.113-120, 2013. Disponível em: <http://unifatea.com.br/seer3/index.php/ECCOM/article/view/569>. Acesso em: 21 dez. 2022.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Relatório Brasil no PISA 2018**, Brasília, DF, 2020. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/relatorio_brasil_no_pisa_2018.pdf. Acesso em: 22 dez. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, DF, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf. Acesso em: 23. dez. 2022.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): Matemática**. Brasília, DF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2022.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 1991.

DEL RIO, V. L. C.; BARBOSA, A. C. C.; COSTA, M. V. T. Uma experiência com um esquema colaborativo no ensino de funções no PEJA. **E-Mosaicos**, Rio de Janeiro, v. 7, n. 16, p. 105-124, 2018. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/e-mosaicos/article/view/32359>. Acesso em: 22 dez. 2022.

DIAS, A. L. B.; COELHO, J. C. B. G.; MYNATT, G. E. “Professora, a gente pode usar o Photomath?” O Lugar dos Aplicativos nas Aulas de Matemática. **Pesquisas e Práticas Educativas**, Ilha Solteira, v. 1, p. 1-17, 2020. Disponível em: <https://epf.unesp.br/pepe/index.php/pepe/article/view/34>. Acesso em: 21 dez. 2022.

ECHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. *In*: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artmed, 1998. p.13-42.

FURLANETTO, V.; DULLIUS, M. M.; ALTHAUS, N. Estratégias de resolução de problemas para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de matemática. *In*: ANPED SUL, 9., 2012, Caxias do Sul. **Anais [...]**, Caxias do Sul: UCS, 2012. Disponível em: <http://www.ucs.br/etc/conferencias/index.php/anpedsul/9anpedsul/paper/viewFile/2551/275>. Acesso em: 04 set. 2021.

GOUVÊA, A. E. S.; PEREIRA, E. de M. O uso de tecnologia móvel: celular como apoio pedagógico na escola. *In*: COLÓQUIO DE LETRAS DA FALE/CUMB, 2., 2015, Breves-PA. **Anais [...]**, v. 4, n. 5, Breves: UFPA, 2015. p.41-55.

MAINARDES, J.; CARVALHO, I. C. M. Autodeclaração de princípios e de procedimentos éticos na pesquisa em Educação. *In*: ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO. **Ética e Pesquisa em Educação: subsídios**. Rio de Janeiro: ANPEd, 2019. p. 130-133. Disponível em: https://www.anped.org.br/sites/default/files/images/etica_e_pesquisa_em_educacao_-_isbn_final.pdf. Acesso em: 21 dez. 2022.

MUSSATO, S. *et al.* O Saeb e suas contribuições quanto à Proficiência em Matemática: um panorama dos anos finais do ensino fundamental na rede pública estadual de Roraima. **REAMEC**, Cuiabá, v. 10, n.1, e22016, jan./abr., 2022. Disponível em:

<https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/12991>. Acesso em: 23 dez. 2022.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/72994>. Acesso em: 23 dez. 2022.

PEREIRA, A. C. C.; FERNANDES, M. C. **Prática de Ensino em Matemática I**. Fortaleza: UECE, 2015.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 1, p. 299-311, mai. 2012. Disponível em: <https://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/413>. Acesso em: 22 dez. 2022.

SACCOL, A.; SCHLEMMER, E.; BARBOSA, J. **M-learning e u-learning: novas perspectivas da aprendizagem móvel e ubíqua**. São Paulo: Pearson, 2011.

SCHOENFELD, A. H. **Mathematical Problem Solving**. New York: Academic Press, 1985.

Recebido: 07/11/2022

Aprovado: 15/02/2023

Publicado: 03/03/2023

Como citar (ABNT): TRINDADE, J. M. S. *et al.* Uma experiência de resolução de problemas com utilização do aplicativo Photomath em um viés colaborativo. **Educitec - Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico**, v. 9, e213023, 2023.

Contribuição de autoria:

José Mário dos Santos Trindade: Conceituação, curadoria de dados, análise formal, investigação, metodologia, recursos, escrita (rascunho original) e software.

Augusto Cesar de Castro Barbosa: Análise formal, metodologia e escrita (revisão e edição).

Cláudia Ferreira Reis Concordido: Análise formal, metodologia e escrita (revisão e edição).

Marcus Vinicius Tovar Costa: Análise formal, metodologia e escrita (revisão e edição).

Editor responsável: Iandra Maria Weirich da Silva Coelho.

Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

