

## **Modelagem matemática, cálculo diferencial e integral e banco de dados: um estudo sobre pesquisas brasileiras**

### **Mathematical modeling, integral differential calculus and database: a study of brazilians researchs**

**Jefferson Dantas de Oliveira**  
Universidade Estadual de Santa Cruz  
dantascpm2a@hotmail.com

.....

**Zulma Elizabete de Freitas Madruga**  
Universidade Estadual de Santa Cruz  
betefreitas.m@gmail.com

## **Resumo**

Este artigo apresenta um recorte de uma investigação que tem como objetivo analisar como se apresentam as pesquisas que utilizam a modelagem matemática como auxílio para o ensino da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, e posteriormente armazená-las em um banco de dados. Como abordagem metodológica, se utilizou os procedimentos do Mapeamento na Pesquisa Educacional. Os dados foram constituídos a partir da seleção de dez pesquisas publicadas em dois bancos de dados. Para a análise, estabeleceram-se inicialmente sete categorias: a) contexto da pesquisa; b) questão de pesquisa/objetivo; c) referencial teórico; d) metodologia; e) principais resultados; f) perspectivas de continuidade; e g) conteúdo do Cálculo diferencial e integral. Após o mapeamento, as pesquisas foram disponibilizadas na rede, organizadas em um banco de dados criado para este fim. O estudo permitiu identificar a relevância da utilização de procedimentos metodológicos como a Modelagem Matemática no ensino e na aprendizagem da disciplina de Cálculo diferencial e integral. Verificou-se ainda que a utilização dessa metodologia permite que os estudantes sintam-se motivados no processo de aprendizagem dessa disciplina, adquirindo o interesse pelo estudo do cálculo.

**Palavras-chave:** Modelagem matemática. Cálculo diferencial e integral. Banco de dados. Mapeamento.

## **Abstract**

This paper presents a cut of investigations that to aims analyze as researches that use mathematical modeling like support to the teaching of the Differential and Integral Calculus discipline are presented, and next to stock them in a database. As methodological, the procedures of Mapping in Educational Research were used. The data were constituted from the selection of ten surveys published in two databases.

For the analysis, seven categories were established: a) context of the research; b) research question / objective; c) theoretical reference; d) methodology; e) main results; f) prospects for continuity; and g) contents of differential and integral calculus. After the mapping, the researches were available on the network, organized in a database created for this purpose. The study allowed us to identify the relevance of the use of methodological procedures as Mathematical Modeling in teaching and learning of the discipline of differential and integral calculus. It was verified that the use of this methodology allows the students to feel motivated in the learning process of this discipline, getting the interest by the study of the calculus.

**Keywords:** Mathematical modeling. Differential and integral calculus. Database. Mapping.

## Considerações iniciais

O Cálculo Diferencial e Integral (CDI), de acordo com Guedin (2012) é uma das disciplinas presente nos currículos dos cursos de graduação, na qual os estudantes geralmente apresentam muitas dificuldades. Conforme o autor, essas dificuldades têm um viés relacionado com o primeiro contato com a matemática do Ensino Superior. Ocorrem possivelmente devido a alguns fatores: o primeiro é que o cálculo não é uma matéria muito atrativa para alguns estudantes; outro de acordo com Guedin (2004), é que o CDI é muito diferente de outras ciências estudadas, devido ao fato de que os estudantes, ao adentrar na disciplina, não tiveram contato com os conceitos e técnicas anteriormente, portanto é natural encontrarem dificuldades na compreensão dos teoremas, propriedades e cálculos desenvolvidos na disciplina.

Dessa forma, conforme Bassanezi (2010), o apreço pela Matemática se desenvolve com maior facilidade, quando a pessoa busca por estímulos que venham do mundo externo, ou seja, utilizando em sala de aula situações do cotidiano dos estudantes. Por exemplo, desenvolvendo problemas que tenham como finalidade ensiná-los e estimulá-los à criatividade.

Com a perspectiva de não utilizar as metodologias tradicionais de ensino e ainda com a finalidade de que a disciplina de CDI, seja considerada mais intuitiva por parte dos estudantes, o professor pode utilizar-se, por exemplo, da Modelagem Matemática (MM), para tornar a aula mais atrativa e com isso proporcionar uma aprendizagem mais efetiva.

Considerando o contexto apresentado, esta investigação objetiva analisar como se apresentam as pesquisas que utilizam a modelagem matemática como auxílio para o ensino da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, e posteriormente armazená-las em um banco de dados.

Para isto, este artigo foi organizado com a seguinte estrutura: na primeira seção, apresentam-se as *considerações iniciais*; na segunda seção, a fundamentação teórica acerca do *Ensino de Cálculo e Modelagem*; na terceira, os *procedimentos metodológicos* utilizados; na quarta seção, a *análise de dados*; e na quinta as *considerações finais*.

---

## Ensino de cálculo e modelagem

A deficiência dos estudantes no CDI não começa apenas no momento em que o estudante adentra à Universidade, esse é um dos problemas que os acompanham desde a Educação Básica. Para Gomes (2012), isso se deve ao fato de que a disciplina é “ministrada no início do curso [Cálculo I], passa a ser o primeiro contato, para o aluno, com uma Matemática ‘diferente’ daquela que trabalhava no Ensino Médio” (GOMES, 2012, p. 1).

Na Educação Básica, a disciplina Matemática geralmente é abordada na prática do exercício, na qual o professor explica o conteúdo, resolve alguns exemplos e em seguida, aplica alguns exercícios com a finalidade de verificar a aprendizagem. No entanto, essa metodologia tradicional de ensino não é garantia de que o estudante consiga compreender o conteúdo apresentado, mas facilita ao professor o cumprimento das exigências do currículo proposto pela instituição.

Além das dificuldades encontradas nos conteúdos da disciplina, segundo Santos e Matos (2012), os estudantes enfrentam dificuldades na metodologia aplicada pelo professor. Os professores que ministram a disciplina de CDI têm formação em diversas áreas, tais como: Matemática, Física, Química, Ciências da Computação, Engenharias, entre outras. De fato, o professor de CDI conduzirá a disciplina de acordo com a sua área de atuação. Como exemplo, os professores de Matemática conduzem a disciplina pelo lado teórico, enquanto um professor da Engenharia conduzirá a disciplina pelo lado prático (WROBEL et al., 2013).

O CDI é uma disciplina que geralmente apresenta um grau de dificuldade para os alunos, devido ao fato de que eles não tiveram contato essencial com os conteúdos básicos necessários para a compreensão dos principais elementos do CDI, destacando-se o limite, a derivada e a integral. Segundo Gomes (2012), quando os estudantes ingressam na disciplina de CDI, deparam-se com conteúdos complexos que exigem um nível de abstração maior dos conteúdos, algo que não foi devidamente trabalhado no Ensino Básico.

Acerca da metodologia de ensino, Brito e Cardoso (1997) salientam que alguns professores deveriam atentar-se para abordarem os conteúdos de uma forma na qual os estudantes possam compreender, evitando omitir algumas informações que possa ser de vital importância para sua compreensão. Rezende (2003) ressalta ainda que as dificuldades encontradas no ensino do CDI, podem ser amenizadas de acordo com a metodologia aplicada pelo professor. Algumas dessas metodologias estimulam o aspecto cognitivo do estudante, de forma a auxiliá-lo a construir seu aprendizado, acompanhado pelo professor. Um exemplo de metodologia que pode auxiliar no processo de ensino e de aprendizagem é a Modelagem Matemática (MM).

A arte de buscar situações do cotidiano dos estudantes e adaptá-las nas aulas de Matemática é denominada MM. Diversos autores apresentam definições de Modelagem, por exemplo, para Blum e Niss (1991, p. 40), “[...] o processo de modelagem é a prática de obter situações problema do cotidiano e relacioná-lo com a Matemática”. Na mesma linha de pensamento Bassanezi (2010, p. 16) afirma que “A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Madruga e Biembengut (2016) apresentam uma definição de modelagem:

Modelagem é o processo envolvido na feitura de um modelo. Modelo que pode auxiliar as pessoas a compreender dados, informações, a estimular novas ideias e a prover de uma visão estruturada e global que inclui relações abstratas de algum fenômeno, ente, ou um processo. O modelo capacita a pessoa observar e refletir sobre fenômenos complexos, e ainda, a comunicar as ideias a outras pessoas. (MADRUGA; BIEMBENGUT, 2016, p. 28).

A MM idealizada por Bassanezi (2010); Blum e Niss (1991); Madruga e Biembengut (2016), são propostas metodológicas que segundo os próprios autores, pode ser utilizada em qualquer área de ensino, pois elas proporcionam a oportunidade de trabalhar com os conteúdos em uma abordagem que utilize situações do cotidiano dos estudantes, além da possibilidade de retomar essas situações na sala de aula, com a finalidade de ensinar. A seguir, apresenta-se o conceito e o processo de construção do banco de dados desenvolvido para armazenar as pesquisas de Modelagem.

## Banco de dados

O acúmulo de muitos papéis em depósitos de grandes corporações foi um dos motivos que levaram à criação do banco de dados, pois era necessário armazenar informações de clientes em um computador para ter acesso à informação de maneira rápida. Esse sistema foi adaptado para outras instituições tais como: Universidades, Hospitais, Escolas, entre outras.

Guardar as informações em um único lugar é a principal característica de um banco de dados. Esse sistema tem a capacidade de armazenar uma diversidade de informações de forma segura e com facilidade de acesso. Segundo Date (2000), um sistema de banco de dados pode ser visto como um armário de arquivamento eletrônico ou um recipiente para uma coleção de arquivos de dados computadorizados. Esse sistema tem a função de armazenar dados e, quando necessário, disponibilizá-los de forma rápida e eficiente.

Para a criação de um banco de dados, existem diversos *softwares* que auxiliam o usuário neste desenvolvimento, entre alguns deles pode-se citar: *PostGreSQL*, *Mysql*, *CouchDB*, *SQLite*. Porém, nesta pesquisa, será utilizado o *software Mysql*, devido ao fato de possuir uma linguagem mais acessível em detrimento aos demais.

A primeira ação para criar um banco de dados que será apresentado na Figura 1, é desenvolver inicialmente uma estrutura para a base de dados. O primeiro comando inserido no ambiente de programação é *criar um banco de dados*, porém, o *software Mysql* é projetado em uma linguagem que segue os comandos da língua inglesa, portanto, o comando para criar um banco de dados é escrito no *software* como *create database*.

A base de dados deve ter um nome próprio, com intuito de ser diferenciado de outras. Neste trabalho, denominou-se o banco de dados como “*Modelagem*”. Na linguagem *Sql*, pode-se escrever o comando da seguinte forma: “*create database Modelagem*”.

Na estrutura do banco de dados, todas as informações que o programador deseja salvar não são salvas na estrutura do banco propriamente dita, e sim em tabelas armazenadas dentro da base de dados criada. Essas tabelas são configuradas

conforme a necessidade do usuário, podendo ser alterada a estrutura e os dados armazenados.

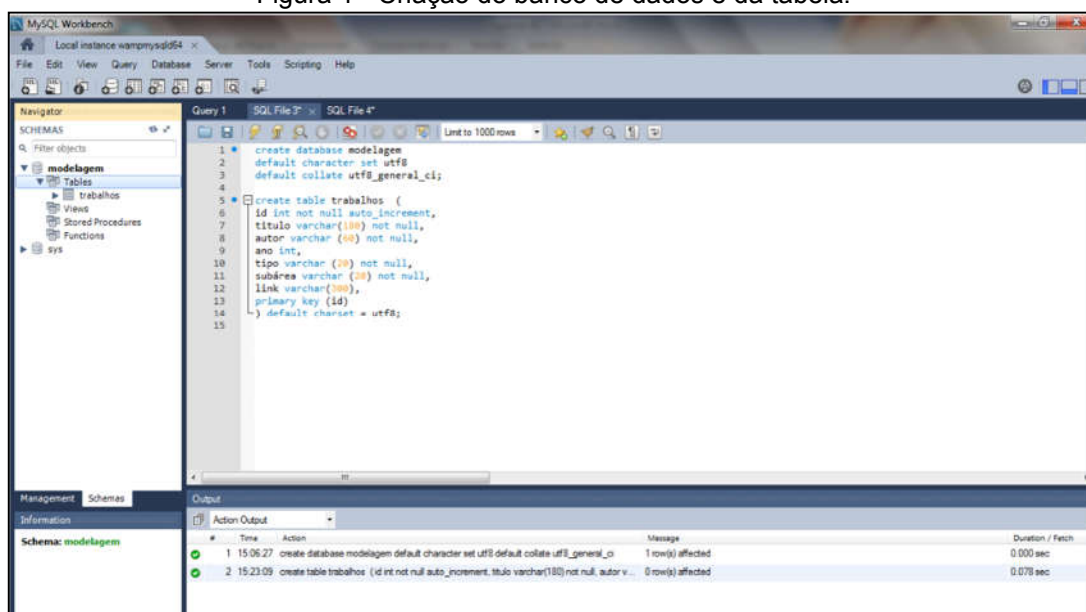
Inicialmente, a construção de uma tabela na base de dados é semelhante à criação do banco de dados, conforme visto anteriormente. A principal diferença agora é que a tabela necessita de especificações na sua programação, especificações as quais não foram necessárias na criação da base de dados.

Na próxima linha de programação, deve-se inserir o comando de criar uma tabela, vale salientar que esta tabela deve conter um nome diferente do já estabelecido a base de dados. Nesta pesquisa, a tabela desenvolvida será denominada “trabalhos”. Na linguagem *Sql*, a ser inserida no programa, deve-se escrever: “*create table trabalhos*”.

Conforme mencionado anteriormente, o desenvolvimento de uma tabela necessita de algumas especificações próprias determinadas pelo programador. Essas especificações são programadas de acordo com a necessidade e o propósito para o qual o banco de dados foi desenvolvido. Por exemplo, um banco de dados para armazenamento de cadastros de clientes de uma empresa necessita conter nomes, endereço, telefone, tempo de filiação do cliente, entre outras especificações. Dessa forma, a base de dados deste trabalho necessita conter uma tabela que tenha especificações próprias, já que se trata de um banco desenvolvido para armazenar trabalhos acadêmicos, tais como teses e dissertações.

Nas especificações para o armazenamento de pesquisas acadêmicas, deve-se ter o cuidado de identificar e diferenciar os diversos tipos de trabalhos cadastrados, portanto, algumas especificações que foram projetadas para a tabela são Identificação (ID), Título da obra, Autor, Ano de Publicação, Tipo, Subárea e *Link* da fonte. Na Figura 1, apresenta-se a programação do banco de dados e a tabela descritas anteriormente aplicados no *software* MYSQL.

Figura 1 - Criação do banco de dados e da tabela.

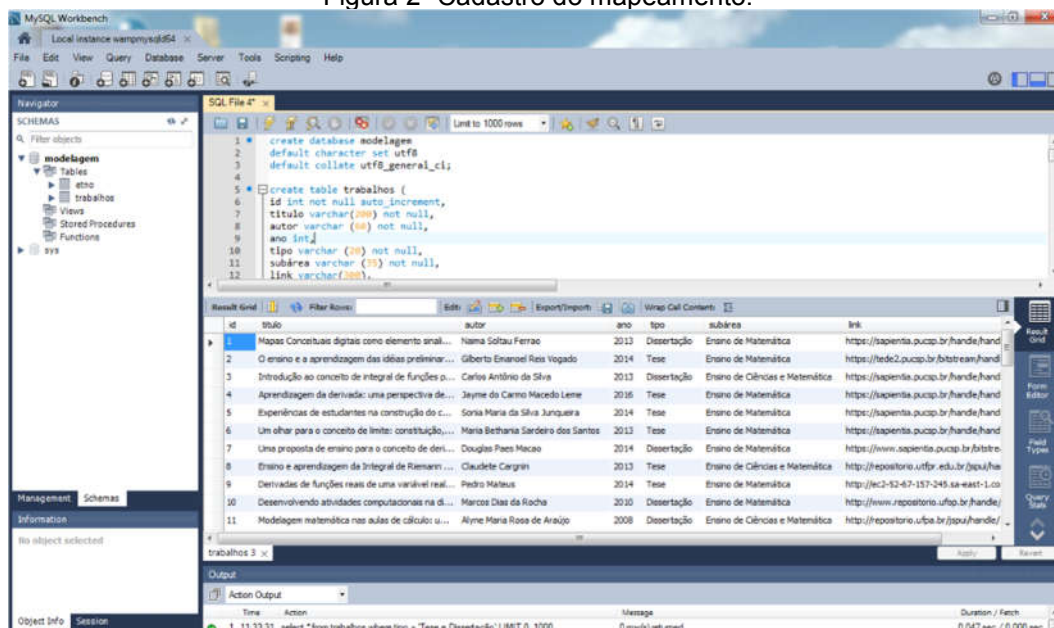


Fonte: Próprios autores (2018).



Algumas pesquisas foram selecionadas por meio de um mapeamento realizado nas bases de dados da CAPES e *Google Acadêmico*, com foco no Ensino de Matemática, e foram cadastradas neste banco de dados desenvolvido exclusivamente para esta pesquisa, totalizando 10 teses e dissertações. O cadastro das pesquisas foi realizado de forma intuitiva na interface do *software*. Na programação da tabela foram delimitadas as características principais, tais como: *título, autor, ano, tipo, subárea e link*. No momento do cadastro dos dados, o usuário insere as informações correspondentes a cada característica e o programa automaticamente salva os dados. Este banco de dados foi projetado para uma pesquisa de dissertação, e se encontra disponível no site do programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Estadual de Santa Cruz. Na Figura 2, mostram-se as pesquisas que serão apresentadas no Quadro 1, cadastradas na base de dados, e posteriormente explicitam-se os procedimentos metodológicos onde consta prioritariamente o desenvolvimento do mapeamento e análise dos trabalhos mapeados.

Figura 2- Cadastro do mapeamento.



Fonte: Próprios autores (2018).

## Procedimentos metodológicos

Esta pesquisa é de uma abordagem qualitativa interpretativa (BOGDAN; BIKLEN, 2010; ALVES-MAZOTTI, 1998) e tem como objetivo analisar como se apresentam as pesquisas que utilizam a modelagem matemática como auxílio para o ensino e a aprendizagem da disciplina Cálculo Diferencial e Integral. Para tal, utilizam-se os princípios do Mapeamento da pesquisa educacional na perspectiva de Biembengut (2008). Além disso, foi construído, pelo primeiro autor desta pesquisa, um banco de dados com a finalidade de armazenar as teses e dissertações encontradas neste mapeamento, e disponibilizá-las na rede para que outros pesquisadores possam ter acesso.

As pesquisas encontradas foram obtidas por meio de buscas em duas bases de dados específicas: 1) Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), 2) *Google Acadêmico*. No banco de dados da CAPES, foi realizada uma busca, com as seguintes palavras chave: “modelagem matemática” e “cálculo diferencial e integral”, retornando um total de 1.071.499 pesquisas. Em seguida, devido ao elevado número de trabalhos, utilizaram-se diversos filtros disponíveis na plataforma. No filtro “*tipo*” selecionou-se apenas as pesquisas de Doutorado e Mestrado; No “*ano*” apenas as pesquisas entre 2007 a 2017; Na “*grande área de conhecimento*” selecionaram-se apenas as áreas de “Ciências Exatas e da Terra” e “Multidisciplinar”.

No filtro “*área de conhecimento*” foram selecionados os estudos nas áreas de “Matemática”, “Matemática Aplicada”, “Ensino” e “Ensino de Ciências e Matemática”, visto que são as subáreas que envolvem a Matemática; No filtro “*área de avaliação*” as áreas selecionadas foram “Ensino” e “Ensino de Ciências e Matemática”; Nas “*áreas de concentração*” as subáreas selecionadas foram: “Educação em Ciências e Matemática”, “Educação Matemática”, “Ensino de Ciências e Matemática” e “Ensino de Matemática”, encontrando-se um total de 816 pesquisas relacionadas.

Em seguida, realizou-se a leitura do título e dos resumos das 816 pesquisas, com a finalidade de verificar quais tinham como objetivo a utilização da MM para o ensino do CDI, após a leitura, foram encontradas seis pesquisas que se enquadravam no objetivo. As outras pesquisas, que não foram agregadas a este mapeamento, não atendiam o objetivo deste artigo. Entre elas, algumas foram desenvolvidas para o ensino de outras disciplinas que não era o cálculo; outras não tinham como objetivo o ensino da disciplina CDI; outras utilizaram propostas metodológicas que não contemplavam a MM.

No *Google Acadêmico*, realizando a busca com as palavras chave “Modelagem Matemática” e “Cálculo Diferencial Integral”, foram encontrados 16.900 trabalhos relacionados. Nesta base de dados utilizou-se três filtros disponíveis: “*período*”, “*classificação por data ou relevância*” e “*classificação por idioma*”, resultando um total de 81 pesquisas. Vale salientar, que na base de dados do *Google Acadêmico*, diversos dos 16.900 trabalhos encontrados na primeira busca eram artigos, portanto a filtragem por teses e dissertações reduziu consideravelmente a quantidade de pesquisas encontradas.

Após uma leitura do título e dos resumos das 81 pesquisas encontradas, com a finalidade de verificar quais se enquadravam no objetivo deste artigo, encontrou-se quatro trabalhos que satisfaziam essas exigências. Assim como as pesquisas relatadas do portal da CAPES, as pesquisas retiradas deste mapeamento também foram desconsideradas pelos mesmos motivos.

Desta forma, no Quadro 1, apresenta-se o mapeamento das pesquisas que foram selecionadas por meio das buscas nos bancos de dados da CAPES e do *Google Acadêmico*, sendo seis pesquisas da primeira base de dados e quatro da segunda.

Quadro 1 - Apresentação das pesquisas selecionadas no mapeamento.

Identificação	Título	Autores	Ano	Banco de Dados
P1	Mapas conceituais digitais como elemento sinalizador da aprendizagem de cálculo diferencial e integral	Naíma Soltau Ferrão	2013	CAPES
P2	O ensino e a aprendizagem das ideias preliminares envolvidas no conceito de Integral por meio da resolução de problemas	Gilberto Emanuel Reis Vogado	2014	CAPES
P3	Introdução ao conceito de integral de funções polinomiais em um curso de Engenharia de Produção por meio de tarefas fundamentais em princípios da Modelagem Matemática	Carlos Antônio da Silva	2013	CAPES
P4	Aprendizagem da derivada: uma perspectiva de análise pelos fluxos do pensamento	Jayme do Carmo Macedo Leme	2016	CAPES
P5	Experiências de estudantes na construção do conhecimento de derivada em aulas de cálculo 1	Sonia Maria da Silva Junqueira	2014	CAPES
P6	Um olhar para o conceito de limite: constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre o seu ensino e aprendizado	Maria Bethânia Sardeiro dos Santos	2013	CAPES
P7	Ensino e aprendizagem da Integral de Riemann de funções de uma variável real: possibilidades de articulação da utilização de Mapas Conceituais com a teoria dos Registros de Representações Semióticas	Claudete Cargnin	2013	Google Acadêmico
P8	Derivadas de funções reais de uma variável real e Integral de Riemann: construção e aprendizagem de conceitos mediadas por mídias e práticas usuais	Pedro Mateus	2014	Google Acadêmico
P9	Desenvolvendo atividades computacionais na disciplina cálculo diferencial e integral I: estudo de uma proposta de ensino pautada na articulação entre a visualização e a experimentação	Marcos Dias da Rocha	2010	Google Acadêmico
P10	Modelagem matemática nas aulas de cálculo: uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de engenharia	Alyne Maria Rosa de Araújo	2008	Google Acadêmico

Fonte: Próprios autores (2018).

Após, a seleção e estudo das pesquisas encontradas, realizou-se a análise das mesmas de acordo com os procedimentos do Mapeamento – Mapa de Análise (BIEMBENGUT, 2008).

Para compreender os principais resultados apresentados pelas pesquisas que utilizam a MM para o ensino do CDI, apresentadas no Quadro 1, foram estabelecidas uma categoria *emergente* que surgiu, durante o processo de análise dos trabalhos: a) modelagem matemática implícita; e seis critérios *a priori*: b) contexto da pesquisa; c)



questão de pesquisa/ objetivo; d) referencial teórico; e) metodologia; f) principais resultados; e g) conteúdo do CDI. Desta forma, serão abordados a seguir os pontos principais de cada pesquisa selecionada, de acordo com os critérios estabelecidos, e relacionando os pontos congruentes dos trabalhos.

## Resultados e discussões

Nesta etapa da pesquisa, agregam-se os dados obtidos em cada trabalho com a produção teórica pertinente a cada categoria. Ressalta-se também que as bases teóricas relatadas nas teses e dissertações, não necessariamente foram utilizadas como referencial teórico desta pesquisa, desta forma, não consta nas referências deste artigo. Além disso, o critério *emergente* é apresentado antes dos critérios *a priori* com a finalidade de esclarecer ao leitor a relação de algumas pesquisas com a MM.

### A Modelagem Matemática Implícita

Entende-se como Modelagem Matemática Implícita os procedimentos adotados pelos autores das pesquisas analisadas nos quais se percebe semelhanças com os procedimentos utilizados nas fases da Modelagem Matemática propostas por Bassanezi (2010) e Biembengut (2014, 2016). No decorrer da análise dos trabalhos, observou-se que algumas técnicas relatadas durante a aplicação das pesquisas, aparentavam semelhanças com as fases da MM, explícita em outros trabalhos. As pesquisas P1, P2, P4, P5, P6, P7, P8 e P9 são as pesquisas elencadas como MM implícita, já as pesquisas P3 e P10 apresentam a MM explícita. Dessa forma, a seguir, apresentam-se as relações entre as metodologias utilizadas e a Modelagem Matemática. Vale salientar que algumas pesquisas utilizaram técnicas semelhantes, por isso foram descritas em conjunto nesta seção, no entanto é relevante ressaltar que os conteúdos trabalhados e os contextos na qual foram desenvolvidas se diferenciam, sendo abordado em outras seções.

Nas pesquisas P1, P5 e P7, os autores utilizaram-se da metodologia de Mapas Conceituais (MC) com a finalidade de verificar a aprendizagem dos estudantes no conteúdo do CDI. A metodologia utilizada pela autora é relacionada com as fases descritas por Bassanezi (2010), pois inicialmente os estudantes devem entender quais os conceitos da derivada irão utilizar na construção mapa através do *Brainstorming*, o que se encaixa na primeira fase descrita por Bassanezi (2010), denominada *experimentação*. Na *experimentação* acontece a busca pela relação com as ideias que motivarão os estudantes a desenvolverem as atividades. Para apresentar essas ideias nos mapas conceituais, os estudantes precisaram estabelecer uma relação interna entre conteúdos, o que se assemelha com a fase de *abstração* proposta por Bassanezi (2010).

Em seguida, iniciou-se o processo de construção do modelo do mapa por meio de diversas tentativas, o que se enquadra na terceira fase descrita por Bassanezi (2010), denominada *resolução*. Após os estudantes concluíram o MC que representa a abordagem do conteúdo de Derivadas e socializaram com os outros participantes, esse processo enquadra-se na quarta fase de Bassanezi (2010), denominada *validação*. Dessa forma, observou-se que existe relação entre o uso de MC para o ensino e aprendizagem de derivadas e a MM com a mesma finalidade.

Na pesquisa P2, P8 e P9, os autores apresentam a técnica de resolução de problemas com a finalidade de elaborar e aplicar uma sequência de tarefas abordando o conteúdo de Integrais. Para que os estudantes consigam compreender o conceito e as técnicas do conteúdo, a metodologia utilizada pelos pesquisadores pode ser relacionada com as fases descritas por Bassanezi (2010), pois, inicialmente, os estudantes devem reconhecer os problemas a serem resolvidos, o que se assemelha com a primeira fase descrita por Bassanezi (2010).

Após, os estudantes deveriam iniciar a sequência de tentativas para encontrar a solução do problema, e esse momento é proposto na terceira fase da Modelagem, Bassanezi (2010). Dessa forma, observou-se que a técnica de resolução de problemas para o ensino do cálculo relatado pelos autores, assemelha-se ao processo de MM proposto por Bassanezi (2010).

Na pesquisa P4 o autor apresenta a técnica dos fluxos de pensamento a fim de desenvolver uma sequência de exercícios que, ao ser aplicado com os estudantes, possa auxiliar no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de Derivadas. No processo da construção da sequência, por meio dos fluxos de pensamento, o autor desenvolve o passo a passo da resolução da tarefa propondo situações as quais os estudantes poderiam pensar no momento em que estivessem resolvendo a tarefa.

Essas previsões apresentadas pelo autor encaixam-se nas ideias de modelagem propostas por Biembengut (2014, 2016) nos princípios de *formulação de problemas*, *formulação do modelo* e na *resolução*. A diferença é que na MM proposta por Biembengut (2014, 2016) essas fases são perpassadas com os estudantes. Na tese apresentada pelo autor, ele passou por essas fases analisando como os estudantes pensariam. Dessa forma, acredita-se que a técnica de fluxo de pensamento apresentada pelo autor coincide com as fases da Modelagem propostas por Biembengut (2014, 2016).

Na pesquisa P6 a autora propôs entender quais as concepções dos professores e dos estudantes a respeito do ensino e da aprendizagem do CDI, em especial, no que tange o conteúdo de Limites. Vale salientar que, nesse trabalho, a pesquisadora focou-se mais em entender o pensamento dos professores do que o dos alunos, sendo esse um diferencial das pesquisas já desenvolvidas na área.

Para tanto, uma entrevista com os estudantes e professores foi realizada individualmente para entender o pensamento a respeito de cada sujeito referente ao ensino e aprendizagem do conteúdo. Essa fase da pesquisa na MM é apresentada na concepção de Biembengut (2014, 2016) como *familiarização*, na qual existe uma relação mútua de cooperação entre os envolvidos na pesquisa em relação ao trabalho desenvolvido.

Além disso, a autora aplicou um questionário com situações nas quais estudantes precisariam utilizar o conteúdo de Limites para resolver problemas. Essa fase da pesquisa pode ser comparada à fase *resolução*, descrita por Bassanezi (2010) e Biembengut (2014, 2016). Assim, percebe-se que a metodologia utilizada pela pesquisadora é similar às concepções de Modelagem de Biembengut (2014, 2016) e Bassanezi (2010).

A categoria emergente apresentada nesta seção foi percebida no momento da leitura das pesquisas, conforme afirma Moraes (1999), quando a semelhança entre os dados

foi observada. Essa semelhança foi denominada *Modelagem Matemática Implícita*, pois as pesquisas não apresentavam em seu corpo o termo MM, sendo substituído por outras metodologias. Dessa forma, percebeu-se como necessária a apresentação de uma subcategoria para explicitar a semelhança entre essas metodologias. A seguir, apresenta-se o contexto na qual as pesquisas foram desenvolvidas.

### Contexto da Pesquisa

Nesta etapa, será relatado os contextos nos quais as pesquisas selecionadas no Quadro 1 foram produzidos. O propósito aqui é apresentar o contexto de cada pesquisa antes de iniciar a análise das características acadêmicas apresentadas nas próximas seções.

A pesquisa P1, intitulada “*Mapas conceituais digitais como elemento sinalizador da aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral*”, é uma dissertação desenvolvida pela autora Naíma Soltau Ferrão, na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) em 2013. A intervenção foi aplicada em uma turma do curso de Física de uma Universidade do Sul de Minas Gerais com estudantes do 5º e 7º semestres, matriculados na disciplina computação aplicada ao ensino de física.

A pesquisa P2, intitulada “*O ensino e a aprendizagem das ideias preliminares envolvido no conceito de Integral por meio da resolução de problemas*”, é uma tese desenvolvida pelo autor Gilberto Emanuel Reis Vogado, na PUC/SP em 2014. O trabalho foi aplicado em uma turma do curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade no Pará com estudantes da disciplina CDI I.

A pesquisa P3, intitulada “*Introdução ao conceito da Integral de funções polinomiais em um curso de Engenharia de Produção por meio de tarefas fundamentadas em princípios de Modelagem Matemática*”, é uma tese desenvolvida pelo autor Carlos Antônio da Silva, na PUC/SP em 2013. A intervenção foi aplicada em uma turma de Engenharia de Produção em uma Universidade de Minas Gerais realizada na disciplina de CDI II.

A pesquisa P4, intitulada “*Aprendizagem da Derivada: Uma perspectiva de análise pelos fluxos de pensamento*”, é uma tese desenvolvida pelo autor Jayme do Carmo Macedo Leme, na PUC/SP em 2016. A pesquisa foi realizada internamente sem aplicação, na qual foi desenvolvida uma sequência didática com o foco no ensino da derivada por meio da análise dos fluxos de pensamento.

A pesquisa P5, intitulada “*Experiências de estudantes na construção do conhecimento de Derivada em aulas de Cálculo Diferencial e Integral I*”, é uma tese desenvolvida pela autora Sônia Maria da Silva Junqueira na PUC/SP em 2014. O trabalho foi aplicado em uma Universidade Pública Federal com estudantes dos cursos de Engenharia de Alimentos, Engenharia de Energias renováveis, Engenharia Ambiental, Engenharia da Computação, Engenharia de Produção e Engenharia Química, e nas Licenciaturas em: Matemática, Física e Química.

A pesquisa P6, intitulada “*Um olhar para o conceito de Limite: Constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre o ensino e aprendizado*”, é uma tese desenvolvida pela autora Maria Bethânia Sardeiro dos Santos na PUC/SP em 2013. A intervenção foi desenvolvida em uma Universidade Federal de Goiás, com

participação de professores e estudantes de todas as áreas que estavam envolvidos com a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I.

A pesquisa P7, intitulada *“Ensino e Aprendizagem da Integral de Riemann de funções de uma variável real: possibilidades de articulação da utilização de mapas conceituais com a Teoria de Registro de Representação Semiótica”*, é uma tese desenvolvida pela autora Claudete Cargnin na Universidade Estadual de Maringá, no Paraná. Na pesquisa, uma sequência didática foi elaborada e aplicada a um grupo de estudantes das turmas de Cálculo Diferencial e Integral dos cursos de Engenharia Civil, Engenharia Ambiental, Engenharia de Produção e Licenciatura em Química.

A pesquisa P8, intitulada *“Derivadas de funções reais de uma variável real e integrais de Riemann: Construção e aprendizagem de conceitos mediados por mídias e práticas usuais”*, é uma tese desenvolvida pelo autor Pedro Mateus na Universidade de Anhanguera de São Paulo em 2014. A intervenção foi aplicada em um curso de Licenciatura em ensino de Matemática na Universidade pedagógica na cidade da Beira, em Moçambique.

A pesquisa P9, intitulada *“Desenvolvendo atividades computacionais na disciplina Cálculo Diferencial e Integral I: Estudo de uma proposta de ensino pautada na articulação entre a visualização e a experimentação”*, é uma dissertação desenvolvida pelo autor Marcos Dias da Rocha na Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais. A pesquisa foi aplicada com estudantes que cursavam a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I nos cursos de: Licenciatura em Química, Engenharia de Minas, Engenharia Geológica, Engenharia Metalúrgica, Engenharia Civil, Engenharia Ambiental, Bacharelado em Física e Ciências da Computação, da Universidade de Ouro Preto.

A pesquisa P10, intitulada *“Modelagem Matemática nas aulas de cálculo: uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos da engenharia”*, é uma dissertação desenvolvida pela autora Alyne Maria Rosa de Araújo, na Universidade do Pará. A pesquisa foi aplicada com estudantes da disciplina CDI I que cursavam Engenharia da Computação em uma Universidade do Pará.

Na próxima subseção apresentam-se as questões de pesquisa e objetivos dos trabalhos apresentados.

### **Questão de pesquisa/ objetivo**

Nesta etapa são apresentadas as indagações e propósitos que serviram como norte para as investigações referentes às pesquisas analisadas de P1 a P10. Vale salientar que a união entre a questão de pesquisa e o objetivo se deu, devido à harmonia que deve existir entre ambos, dessa forma, essa união permite entender a relação entre eles. De acordo com Marconi e Lakatos (2003, p. 217), a questão de pesquisa e o objetivo devem estar em sincronia: “a especificação do objetivo de uma pesquisa responde às questões *para quê?* e *para quem?*”. Assim, pode-se compreender que a problemática da pesquisa e o objetivo devem estar interligados. No quadro 2, apresenta-se as questões de pesquisa ao lado do objetivo da pesquisa.

Quadro 2- Questões e objetivos das pesquisas.

Ordem	Questão (ões) de Pesquisa	Objetivo (s) da Pesquisa
P1	Como Mapas Conceituais podem ser utilizados no ensino superior como elemento sinalizador da aprendizagem significativa dos estudantes em relação a um determinado tema?	Aplicar e analisar a utilização de Mapas Conceituais digitais no ensino superior como elemento sinalizador da aprendizagem significativa do objeto matemático Derivadas em estudantes que já cursaram CDI, mobilizando os conceitos de hierarquização, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, conforme definidos na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.
P2	Como se dá o processo de introdução ao conceito de Integral para os alunos de Licenciatura em Matemática, utilizando-se a metodologia da resolução de problemas, na perspectiva dos aspectos teóricos presentes na atitude matemática segundo Fischbein?	Investigar o desempenho estratégico dos licenciandos em matemática quando submetidos à resolução de problemas por meio de uma sequência de ensino que visa o processo de introdução ao conceito de Integral. Identificar nessas estratégias escritas a manipulação individual e/ou simultânea dos aspectos básicos das atividades matemáticas, segundo Fischbein, quais sejam: A intuição, O algoritmo e O formal.
P3	Quais dificuldades e significados manifestados por alunos de um curso de Engenharia de produção na introdução do conceito de Integral definida de funções polinomiais, utilizando-se uma sequência de tarefas fundamentadas em princípios de Modelagem Matemática?	Analisar as dificuldades e os significados manifestados por alunos de um curso de engenharia de produção por meio de uma sequência de tarefas usando o cálculo de medidas de área baseadas em princípios de Modelagem Matemática.
P4	Quais são os fluxos de pensamento, embasados na teoria dos três mundos da matemática, envolvidos na aprendizagem da Derivada?	Investigar os fluxos de pensamento na formação do pensamento matemático na aprendizagem do conceito de Derivada tendo por base a teoria dos três mundos da matemática, de David Tall (2013), com vistas à identificação de meios que potencializem a aprendizagem desse conceito matemático.
P5	O que estudantes revelam sobre o estudo do conteúdo Derivada na disciplina de CDI I e sobre suas experiências nesta disciplina?	Apontar possibilidade da experiência no processo de construção do conhecimento em aulas de CDI I, especificamente neste estudo, para o conteúdo de derivada.
P6	De onde viria a dificuldade de aprendizagem do conceito de Limite? Como os livros apresentam esse conceito? Como são propostas as tarefas? Com quais definições trabalham? Como veem as dificuldades dos alunos? Que testemunho os alunos nos trazem com relação aos seus aprendizados de limite de uma função?	Trazer novas reflexões relacionadas ao conceito de Limite de uma função buscando respostas para as questões de pesquisa apresentadas. Aprofundar os estudos sobre o conceito de Limite, bem como identificar as vozes que ajudaram em sua constituição. Analisar a relação de ensino e aprendizagem do conceito de Limite através dos professores e alunos.
P7	Em que medida os Mapas Conceituais contribuem para acompanhar o desenvolvimento da conceitualização da Integral de Riemann?	Identificar as contribuições da Teoria de Registros de Representação Semiótica aliada à teoria das Situações Didáticas para a conceitualização da Integral de Riemann para funções de uma variável real.



		Identificar as contribuições da utilização dos mapas conceituais para acompanhar o desenvolvimento da conceitualização da Integral definida.
P8	Quão efetiva é uma mediação didática para a construção e aprendizagem de conceitos de Derivadas de funções reais de uma variável real e de Integral de Riemann mediadas por mídias e práticas usuais?	Estudar as praxeologias didático-matemáticas existentes em alguns materiais de ensino, sobre a Derivada de funções reais de uma variável real e a integral de Riemann, de modo a inserir o <i>GeoGebra</i> como ferramenta de ajuda à reflexão e construção dos conceitos em jogo. Experimentar uma modalidade de ensino e de aprendizagem dos conceitos de Derivada e Integral de Riemann de funções reais de uma variável real, incorporando no processo o software <i>GeoGebra</i> , articulado com as mídias e práticas vigentes.
P9	Que contribuições uma proposta de ensino pautada na articulação entre a visualização e a experimentação proporcionada pelo ambiente informatizado pode trazer para a compreensão dos conceitos de Limite, Derivada e Integral em uma disciplina de Cálculo?	Criar e desenvolver em uma turma de Cálculo uma proposta de ensino na qual o ambiente informatizado ofereceu o contexto propício para a realização de atividades voltadas para a experimentação e a visualização, cujo foco era a compreensão dos conceitos de Limites, Derivadas e Integrais.
P10	Como a MM pode contribuir no processo de aprendizagem dos alunos da disciplina Cálculo III – Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) em um curso de Engenharia da Computação?	Análise do processo em função da geração de um ambiente de aprendizagem dos alunos da disciplina CDI III do curso de engenharia da computação quando a MM é utilizada como gerador do ambiente de ensino e aprendizagem.

Fonte: Próprios autores (2018).

Após apresentar as questões de pesquisa e os objetivos de cada investigação, na próxima etapa serão exibidas as principais fundamentações teóricas dos trabalhos analisados.

## Referencial Teórico

Segundo Barba (2008), a fundamentação teórica é necessária para que o autor respalde seu trabalho, baseado em outros autores que já pesquisaram sobre o assunto. Nesta etapa é apresentado no Quadro 3, as principais concepções teóricas utilizadas pelos autores das pesquisas denominadas de P1 a P10.

Quadro 3 - Principais Fundamentações Teóricas

Teoria	Pesquisas Encontradas
Teoria do Registro de Representação Semiótica (TRRS)	P3, P6 e P7
Teoria Antropológica do Didático (TAD)	P6 e P8
Mapas Conceituais (MC)	P1, P5 e P7
Modelagem Matemática	P3 e P10
Outras	P2, P4, P7, P8 e P9

Fonte: Próprios autores (2018).

Conforme se pode observar no Quadro 3, a TRRS e as concepções de MC foram as mais utilizadas. As pesquisas que utilizam a TRRS geralmente associam essa teoria

com a TAD ou a Teoria da Instrumentação (TI). Através dessa estratégia, o pesquisador desenvolve um arcabouço teórico mais consistente. A mesma associação acontece com as pesquisas que utilizam a MM tal como definida por Bassanezi (2010), geralmente, os autores a utilizam em conciliação com a modelagem na concepção de Biembengut (2014, 2016), devido à possibilidade de associação entre elas. As teorias classificadas como *Outras* neste quadro, foram aquelas que apareceram apenas em uma pesquisa, sendo elas: Resolução de problemas (P2), Teoria dos três mundos (P4), Teoria das Situações Didáticas (P7), Teoria da Instrumentação (P8) e o uso da tecnologia para o ensino do CDI (P9).

Observa-se que houve uma diversidade de arcabouços teóricos utilizado pelos autores, no entanto, em todas as pesquisas foi realizada a MM de forma explícita como nas pesquisas: P3 e P10, ou de forma implícita: P1, P2, P4, P5, P6, P7, P8 e P9. Na subseção seguinte os processos metodológicos dos trabalhos analisados são apresentados.

## Metodologia

Nesta etapa são apresentados os aspectos metodológicos das pesquisas elencadas no Quadro 1, nomeadas de P1 a P10. A descrição da metodologia exposta neste artigo foi realizada apresentando o *tipo de pesquisa utilizado*, e as *descrições a respeito da intervenção* de cada pesquisa analisada. Vale salientar que em cada caso, a descrição metodológica é relativamente extensa e não seria possível relatar tudo neste artigo, portanto elencou-se estas duas categorias já mencionadas. No entanto, é importante ressaltar que todos esses pontos são apresentados quando os autores das pesquisas elencaram essas informações em seus artigos. Caso a informação não esteja explícita no artigo, ela não será detalhada nesta subseção.

Inicialmente observou-se que todas as teses e dissertações analisadas neste trabalho são de cunho qualitativo, com algum outro tipo de abordagem integrada. Os trabalhos com abordagem qualitativa, de acordo com Bogdan e Biklen (2010), buscam o levantamento de dados para o desenvolvimento da pesquisa e o resultado apresentando, não tem como relevância principal o valor numérico, mas, o significado apresentado para a representação dos dados. Dessa forma, no Quadro 4, apresenta-se um panorama que expressa outros tipos de abordagens extraídas das pesquisas analisadas.

Quadro 4 - Tipos de Pesquisa.

Tipo de Pesquisa	Quantidade
Quantitativa	2
Exploratória	2
Experimental	3
Pesquisa-ação	1
Etnográfica	1
Bibliográfica	1

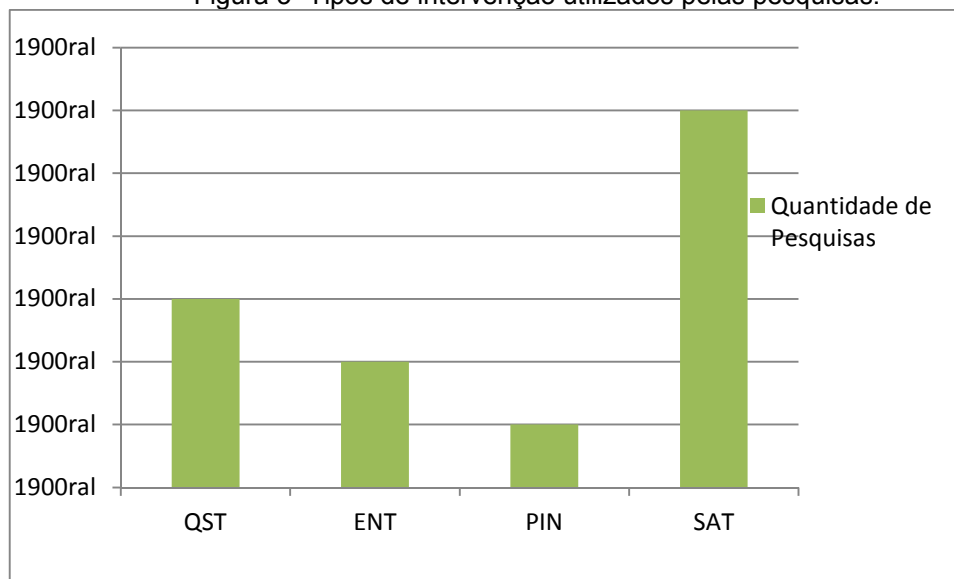
Fonte: Próprios autores (2018).

Além da abordagem qualitativa presente nas 10 pesquisas mapeadas, observa-se, no Quadro 4, que 20% destas são de caráter quantitativo e exploratório, representadas pelos estudos P4, P5, P6 e P9. No total, 30% das pesquisas são de caráter

experimental, representadas por P2, P8 e P10. A pesquisa-ação, Etnográfica e Bibliográfica representam 10% cada.

Além disso, observou-se também na análise das metodologias apresentadas pelos autores das teses e dissertações, que durante o processo de intervenção houve diversas formas de abordagens, com a finalidade de atingir os objetivos propostos. Desta forma, na Figura 3, apresenta-se um gráfico de colunas, que representa as principais intervenções utilizadas.

Figura 3- Tipos de intervenção utilizados pelas pesquisas.



Fonte: Próprios autores (2018).

Conforme se pode verificar na Figura 3, apenas três pesquisas apresentam a aplicação de questionário (QST) no desenvolvimento, são elas: P1, P5 e P6. Apenas duas pesquisas apresentam o processo de entrevista (ENT) para a coleta de dados, sendo elas: P1 e P6. A proposta de intervenção (PIN) foi realizada apenas na pesquisa P4. As intervenções mais utilizadas nas pesquisas mapeadas foram as sequências de tarefas (SAT), nas quais os estudantes desenvolviam diversas questões com aplicações do conteúdo do CDI, sendo elas: P2, P3, P7, P8, P9 e P10. A soma da quantidade de pesquisas representadas no gráfico resulta em um total de 12 trabalhos, porém, é necessário explicar que existem trabalhos que utilizam mais de uma abordagem, tais como as pesquisas: P1 e P6.

A seguir, apresentam-se os principais resultados dos artigos analisados, conforme descritos pelos seus autores.

## Principais resultados

Nesta etapa são apresentados os principais resultados inseridos nas análises e considerações finais dos trabalhos analisados. Ressalta-se que os resultados apresentados aqui são referentes à conclusão de cada autor(a) das pesquisas nomeadas de P1 a P10, e não se referem à interpretação dos autores deste artigo.

Na pesquisa P1, segundo a autora, no início da intervenção alguns estudantes apresentaram dificuldades no conceito de derivadas. Dessa forma, tiveram problemas ao sintetizar o conteúdo nos mapas solicitados. No entanto, no decorrer da prática, os estudantes, por meio da socialização e troca de experiências entre si, começaram a sanar essas dificuldades e conseguiram desenvolver as atividades propostas. Além disso, todos os participantes relataram em unanimidade que os mapas conceituais deveriam ser usados para o ensino e aprendizagem do CDI. Por fim, a autora enfatiza que a utilização de mapas é uma ferramenta essencial para o ensino do CDI, tornando o estudante um dos responsáveis pela construção do seu conhecimento.

Na pesquisa P2 o autor apresenta o processo de resolução registrado pelas duplas de estudantes durante a realização dos quatro encontros, apontando os erros e acertos cometidos pelos grupos. Nas considerações da intervenção, o autor afirma que a estratégia do ensino baseada na resolução de problemas é bastante eficaz para que os estudantes envolvidos nas atividades sejam participantes do processo de ensino e de aprendizagem. Dessa forma, o professor não é o detentor do saber, mas um mediador no processo de aprendizagem.

Na pesquisa P3 o autor apresenta as atividades desenvolvidas com as turmas que participaram da intervenção, mostrando os procedimentos necessários para o desenvolvimento da atividade e analisando as respostas apresentadas pelos estudantes. No entanto, o pesquisador destaca a dificuldade enfrentada com o conceito da integral, tanto no ambiente papel e lápis quanto no ambiente computacional, porém com o avanço da intervenção foi possível desenvolver estratégias para contornar o problema. Além disso, o autor afirma que a MM foi essencial para a aprendizagem, uma vez que ela ajudou o aluno a aprender, e que a motivação do estudante pelo conteúdo apresentado aumentou consideravelmente.

Na pesquisa P4 o autor afirma que as atividades propostas por meio da sequência de ensino pautada no fluxo do pensamento, não são difíceis de serem propostas aos alunos do CDI. Além disso, acrescenta a ideia que se a intenção do professor é melhorar a qualidade do ensino e aprendizagem do CDI, as atividades propostas através dessa metodologia podem potencializar a aprendizagem desse conceito de forma mais eficiente, gerando um significado mais próximo para a realidade do estudante.

Na pesquisa P5 a autora afirma que, no decorrer da disciplina CDI, deve haver um processo de relação mútua entre os sujeitos que estão envolvidos no processo de ensino e aprendizagem existente na sala de aula. Além disso, a pesquisadora sugere que a relação de experiência do sujeito, ou seja, a bagagem histórica de vida do estudante deve ser considerada no processo de ensino e de aprendizagem do CDI. Segundo a autora, essa bagagem histórica facilita o processo de apropriação do conhecimento novo por parte dos estudantes. Por fim, a autora ressalta que uma turma de CDI é composta por diferentes sujeitos com experiências de vida distintas, sendo a única relação em comum entre a vida pessoal desses sujeitos o interesse pela aprendizagem. Dessa forma, a intervenção por parte do professor deve vincular essas diferentes experiências trazidas pelos estudantes, a fim de favorecer a sua aprendizagem na disciplina.

Na pesquisa P6 a autora apresenta algumas considerações que dizem respeito à revisão de literatura, pois mostrou que o foco da maioria das pesquisas que trabalham

com o ensino do cálculo, geralmente evidencia as concepções dos estudantes, e não enfatizam as concepções dos professores no processo de ensino e aprendizagem. A autora apresenta que, segundo a entrevista com os professores, pôde perceber que a maior dificuldade apresentada pelos estudantes é o fato de não terem apreendido o conceito de limite. E essa dificuldade se dá devido à deficiência em conteúdos básicos necessários para a compreensão do conceito. Além disso, a pesquisadora afirma que a maior dificuldade apresentada pelos estudantes foi a falta do diálogo e entendimento com os professores no momento de ensinar o conteúdo. Muitos estudantes alegaram que não conseguiam compreender o conteúdo devido à forma como era ensinado.

Na pesquisa P7 a autora, por meio do processo de análise de dados produzidos pelos estudantes durante a aplicação da sequência de atividades, conclui que os mapas conceituais permitem aos estudantes entender os conceitos da integral que não eram compreendidos anteriormente. Os mapas conceituais permitem o confronto de conceitos entre os professores e os alunos, fortalecendo a relação entre ambos e o processo de ensino e de aprendizagem. Com relação às teorias utilizadas, a TSD estimula a autonomia do estudante, evitando o processo de receber respostas prontas e permite aulas mais dinâmicas, assim como a investigação por parte do aluno. A TRRS permite que o aluno visualize várias características de um mesmo objeto, uma vez que, por meio das representações, ele mesmo pode confrontar as ideias que surgiram durante a realização das atividades. A pesquisadora afirma que o estudante deve ser incitado a usar o registro da língua natural para demonstrar seu conhecimento matemático, de modo expresse o seu raciocínio.

Na pesquisa P8 o autor afirma que, em sua análise institucional dos livros didáticos, constatou uma deficiência nos livros analisados, uma vez que os mesmos apresentam formulações inadequadas e sugestões metodológicas inconsistentes, especialmente quando comparadas aos conteúdos presentes no CDI. Devido à organização didático-matemática não formalizada nos cursos de Cálculo de Moçambique, os resultados das aplicações das atividades também apresentaram baixo desempenho. Os estudantes não conseguiam desenvolver as atividades devido à falta de conhecimento do conteúdo em questão. Nas primeiras atividades, os estudantes apresentaram dificuldades na utilização do *software GeoGebra*, uma vez que nunca haviam utilizado, mas a partir do quinto encontro, os alunos conseguiram desenvolver as atividades com mais facilidade. Dessa forma, o autor afirma que o *software* facilitou a aprendizagem dos alunos sobre o conteúdo de Derivadas e Integrais.

Na pesquisa P9 o autor afirma que o *software GeoGebra* propiciou um ambiente favorável para a negociação de significados uma vez que potencializou a característica de visualização das situações propostas, o qual facilitou o processo de aprendizagem. Segundo o autor, 70% dos estudantes adquiriram um ganho qualitativo na forma de tratar os conceitos matemáticos abordados. Além disso, o pesquisador afirma que os estudantes adquiriram mais autonomia na forma de pensar o conteúdo e, com isso, houve uma maior interação e participação por parte dos estudantes acerca do conteúdo, algo que não foi visto anteriormente. Durante a realização da aula tradicional, os estudantes quase não participavam, não resolviam os exercícios regularmente e a preocupação maior era a nota. Depois da intervenção, vários alunos passaram a participar das atividades, e o interesse dos alunos pelo *software* permitiu sua imersão na resolução das atividades.



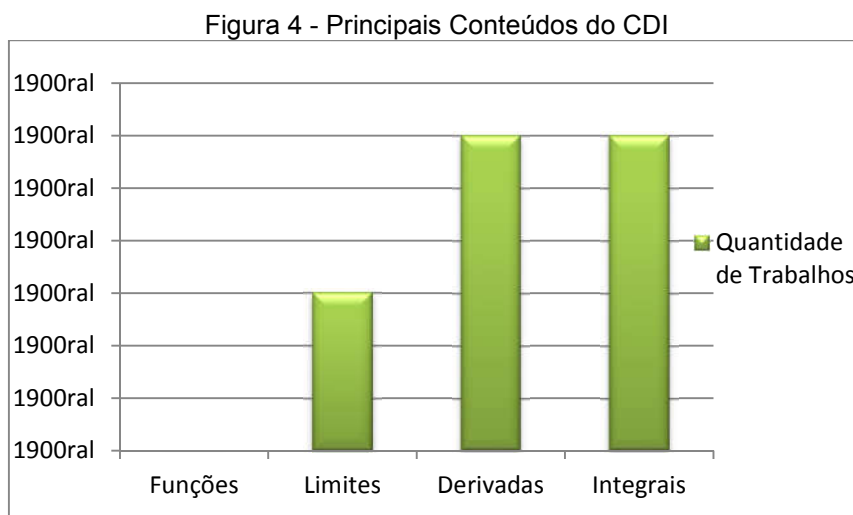
Na pesquisa P10 a autora afirma que, com a intervenção, os estudantes adquiriram mais autonomia na forma de pensar os conteúdos do CDI e, além disso, houve uma maior interação e participação por parte dos estudantes na realização das atividades propostas, algo que não tinha sido visto anteriormente. Os alunos, durante a realização das atividades, mostravam-se construtores do próprio conhecimento e participavam ativamente do processo de aprendizagem. A realização da modelagem de situações presentes na Física revelou à autora que os estudantes não tinham vivenciado anteriormente nenhuma atividade semelhante, já que, inicialmente, apresentavam dificuldades para solucionar as questões, algo que com o decorrer da intervenção foi sendo solucionado.

A seguir, apresentam-se os principais conteúdos do CDI que foram utilizados para desenvolvimento dos artigos que serviram como *corpus* para esta análise.

## Principais conteúdos do CDI

Nesta etapa são apresentados os principais conteúdos do CDI utilizados nos artigos durante o processo da intervenção ou durante a aplicação de uma sequência didática. Essas informações estão presentes nas subseções anteriores, momento em que foram explicitados respectivamente os detalhamentos da metodologia e os principais resultados divulgados pelas pesquisas analisadas.

Dessa forma, inicialmente, apresenta-se a Figura 4, com o gráfico de colunas representando a quantidade de vezes que um conteúdo do CDI foi utilizado nas pesquisas. Cabe ressaltar que foram elencados como conteúdos principais do CDI Funções, Limites, Derivadas e Integrais.



Fonte: Próprios autores (2018).

Conforme é possível verificar na Figura 4, não houve trabalhos que tratassem de funções em seu desenvolvimento, no entanto, três pesquisas fizeram uso do conteúdo de Limites: P6, P9 e P10. Acerca do conteúdo de Derivadas, houve seis pesquisas: P1, P4, P5, P8, P9 e P10. O conteúdo de Integral por sua vez, assim como Derivadas, estiveram presentes em seis pesquisas: P2, P3, P7, P8, P9 e P10. Em algumas das

pesquisas elencadas no Quadro 1, foram utilizados mais de um conteúdo do CDI, são eles: P8, que adotou como conteúdos de investigação Derivadas e Integrais; e P9 e P10, os quais utilizaram os conteúdos de Limites, Derivadas e Integrais.

## Considerações finais

Este artigo teve como objetivo analisar como se apresentam as pesquisas que utilizam a modelagem matemática como auxílio para o ensino da disciplina cálculo diferencial e integral, e posteriormente armazená-las em um banco de dados. Para tal, sob a ótica do Mapeamento na Pesquisa Educacional (BIEMBENGUT, 2008), foram selecionadas e analisadas 10 pesquisas (teses e dissertações) encontradas nos bancos de dados da CAPES e do *Google Acadêmico*. Estes trabalhos encontram-se disponíveis no site do PPGEM, para que outros pesquisadores possam ter acesso a essas pesquisas.

As pesquisas selecionadas apresentam diversos autores que discorrem sobre o tema nas amplas visões da Modelagem, entre eles os principais nomes da MM no Brasil: Bassanezi (2010) e Biembengut (1999, 2007). Estes autores abordam sobre a modelagem como o processo no qual o estudante, por meio de uma situação do cotidiano, desenvolve um modelo matemático da situação proposta, tornando-o assim responsável pelo próprio processo de aprendizagem, enquanto que o professor atua como mediador do conhecimento. Além das concepções de modelagem, foram observadas outras fundamentações que embasaram algumas pesquisas, tais como: Teoria do Registro de Representação Semiótica, Teoria das Situações Didáticas e Mapas Conceituais.

Conforme Bassanezi (2010), a MM é produzida nas mais diversas áreas do conhecimento, e não apenas na matemática, nas pesquisas selecionadas, os participantes eram estudantes de diversos cursos de graduação tais como: Bacharelado em Física, Engenharias, Licenciaturas em Matemática, Licenciatura em Química, Ciências da Computação e Licenciatura em Física, no geral, foi a primeira participação destes estudantes em uma pesquisa de modelagem, e as ideias norteadoras dos modelos em grande parte vieram por parte dos participantes.

Na análise destes estudos, observou-se que: 1) O uso da MM em uma aula do CDI, permite que o ambiente de interação entre os estudantes e o professor, seja mais produtivo, isso porque, os participantes sentem-se parte efetiva no processo de aprendizagem; 2) Em uma aula na disciplina de CDI, a MM é uma excelente ferramenta metodológica que é relevante para o processo de ensino e aprendizagem; 3) Verificou-se ainda que a utilização dessa proposta metodológica permite que os estudantes se sintam motivados a participar das aulas, adquirindo o interesse pelo estudo da disciplina; 4) Nos trabalhos analisados, os autores geralmente associam a MM com outras propostas metodológicas, ou ferramentas tecnológicas, com a finalidade de aprimorar o processo de ensino e aprendizagem; 5) Em algumas pesquisas foi observado que a MM serviu apenas como aporte teórico, enquanto que na prática, foi apresentada apenas uma sequência de atividades.

Na análise das teses e dissertações selecionadas, percebeu-se que através do mapeamento relatado, é necessário um investimento em um número maior de

pesquisas no contexto do uso da MM para o ensino do CDI, uma vez que o número de pesquisas encontradas não foi expressivo. Além disso, percebeu-se que em conformidade em todas as pesquisas, a MM interfere positivamente no ensino e na aprendizagem do CDI. Em relação às perspectivas de continuidade, destacam-se as necessidades de: compreender quais os principais conteúdos do CDI que são abordados nos trabalhos que utilizam a MM e investigar quais as principais dificuldades dos estudantes em trazer uma situação do cotidiano para a sala de aula.

Além disso, As pesquisas P2, P3, P7, P8 e P9, utilizaram as Tecnologias Digitais (TD) em suas pesquisas e concluíram que uma intervenção com o uso das TD auxiliou no processo de ensino e aprendizagem, pois, as ferramentas presentes nos *softwares*, foram essenciais para que os estudantes pudessem compreender alguns conceitos considerados complexos quando observados apenas nos livros didáticos, ou no ambiente papel e lápis.

O banco de dados desenvolvido para o armazenamento das pesquisas de MM foi disponibilizado na rede, pois se compreende que um repositório de pesquisas com esta temática é relevante para que outros pesquisadores possam ter acesso a uma base de dados específica. Além disso, essa base de dados esta em processo de expansão também para as áreas de *Etnomatemática* e *Etnomodelagem*.

## Referências

- ALVES-MAZZOTTI, A. J. **O método nas Ciências Sociais**. In: GEWANDSNAJDER, F. O método nas Ciências Sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo: Pioneira, 1998. cap. 4. p. 145-152.
- ARAÚJO, A. M. R. **Modelagem Matemática nas aulas de cálculo: uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos da engenharia**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Pará, Pará, 2008.
- BARBA, C. H. **Orientações básicas na elaboração do artigo científico**. 2008. Disponível em: <http://www.unir.br/html/pesquisa/Pibic/Elaboracao%20de%20Artigo%20Cientifico2006.doc>. Acesso em: 06/03/2018.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino e aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3.ed. São Paulo; Contexto, 2010.
- BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na Pesquisa Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & implicações no ensino aprendizagem de matemática**. Blumenau: Editora FURB, 1999.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática & Implicações no Ensino e Aprendizagem de Matemática**. 3. ed. Blumenau: Edifurb, 2007.
- BLUM, W., NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em Educação**: fundamentos, métodos e técnicas. In: *Investigação qualitativa em educação*. Portugal: Porto Editora, 2010.

BRITO, A. J.; CARDOSO, V. C. Uma abordagem histórico-pedagógica dos fundamentos do Cálculo Diferencial: reflexões metodológicas. *Zetetiké*, 1997.

CARGNIN, C. **Ensino e Aprendizagem da Integral de Riemann de uma variável real: possibilidades de articulação da utilização de mapas conceituais com a Teoria de Registros de Representação Semiótica**. Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Maringá, Paraná, 2013.

FERRÃO, N.S. **Mapas Conceituais digitais como elemento sinalizador da aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral**. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2013.

GOMES, E. Ensino e aprendizagem de cálculo na engenharia: um mapeamento das publicações nos COBENGES. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS – GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 16, Canoas. *Anais...* Canoas: ULBRA, 2012.

GUEDIN, J. **Cálculo diferencial e integral: o ensino como uma abordagem histórica e suas contextualizações**. Monografia (Especialização em Educação Matemática). Universidade do Extremo Sul Catarinense (UNESC). Criciúma, 2004.

JUNQUEIRA, S. M. S. **Experiências de estudantes na construção do conhecimento de Derivada em aulas de Cálculo Diferencial e Integral I**. Tese (Doutorado). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2014.

LEME, J.C.M. **Aprendizagem da Derivada: Uma perspectiva de análise pelos fluxos de pensamento**. Tese (Doutorado). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2016.

MADRUGA, Z. E. F; BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem & Aleg(o)rias**: um enredo entre cultura e educação. Editora Appris. Curitiba-PR. 2016.

MARCONI, M. A; LAKATOS, E. M. **Fundamentos da Metodologia Científica**. São Paulo: Editora Atlas, 2003.

MATEUS, P. **Derivadas de funções reais de uma variável real e Integrais de Riemann**: Construção e aprendizagem de conceitos mediados por mídias e práticas usuais. Tese (Doutorado). Universidade de Anhangüera, São Paulo, 2014.

REZENDE, W.M. O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. In MACHADO, N.; CUNHA, M. (Org) **Linguagem, Conhecimento, Ação – ensaios de epistemologia e didática**. Escrituras, São Paulo, 2003.

ROCHA, M. D. **Desenvolvendo atividades computacionais na disciplina Cálculo Diferencial e Integral I**: Estudo de uma proposta de ensino pautada na articulação entre a visualização e a experimentação. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, 2010.

SANTOS, M. B. S. **Um olhar para o conceito de Limite**: Constituição, Apresentação e Percepção de professores e alunos sobre o ensino e aprendizado. Tese (Doutorado). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2013.

SANTOS, S. P.; MATOS, M. G.O. O ensino de Cálculo I no curso de Licenciatura em Matemática: obstáculos na aprendizagem. **Revista Eventos Pedagógicos**, v.3, n.3, p.458 - 473, Agosto – Dezembro, 2012.

SILVA, C. A. **Introdução ao conceito da integral de funções polinomiais em um curso de engenharia de produção por meio de tarefas fundamentadas em princípios de Modelagem Matemática**. Tese (Doutorado). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2013.

VOGADO, G.E.R. **O ensino e a aprendizagem das ideias preliminares envolvido no conceito de integral por meio da resolução de problemas**. Tese (Doutorado). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2014.

WROBEL, Julia S. et. al. O mapa do ensino de Cálculo nos últimos 10 anos do COBENGE. In: Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, 41., 2013. **Anais...** Gramado, Rio Grande do Sul. 2013.

Submetido em 24/08/2018.  
Aceito em 23/10/2018.

